

**PELABELAN GRACEFUL PADA BEBERAPA GRAF  
RANTAI TERELASI  $C_4$**



**OLEH**

**I GEDE FEBRYANA RYADI**

**NIM 1813101017**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA**

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA**

**SINGARAJA**

**2022**

## SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS  
DAN MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK  
MENCAPAI GELAR SARJANA MATEMATIKA**

**Menyetujui**

Pembimbing I,



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si  
NIP. 19650711 199003 1 003

Pembimbing II,



Dr. Gede Suweken, M.Sc.  
NIP. 19611111 198702 1 001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa karya tulis yang berjudul "Pelabelan Graceful Pada Beberapa Graf Rantai Terelasi  $C_4$ " beserta seluruh isinya adalah benar benar karya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan dan pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung resiko/sanksi yang dijatuhkan kepada saya apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran atas etika keilmuan dalam karya saya ini atau ada klaim terhadap keaslian karya saya ini.

Singaraja, 19 Juli 2022

Yang membuat pernyataan



I Gede Febryana Ryadi

NIM 1813101017



## PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Ida Sang Hyang Widhi Wasa/ Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Pelabelan Graceful Pada Beberapa Graf Rantai Terelasi  $C_4$ ”**.

Skripsi ini disusun dalam rangka memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan studi untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi S1 Matematika di Universitas Pendidikan Ganesha. Proses dalam penyusunan skripsi ini tentu tidak terlepas dari bimbingan, masukan, arahan, motivasi, semangat, kritik, dan saran yang membangun dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, sebagai ungkapan rasa syukur dan hormat, maka melalui kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar – besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si. selaku pembimbing I sekaligus Pembimbing Akademik yang senantiasa meluangkan waktunya dan telah banyak memberikan bimbingan, arahan, semangat, serta motivasi kepada penulis selama masa perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Gede Suweken, M.Sc. selaku pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan dan masukan selama penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Dr. I Nyoman Sukajaya, M.T. selaku dewan penguji yang telah memberikan berbagai saran serta masukan untuk penyempurnaan skripsi ini.
4. Ibu Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc. selaku dewan penguji yang telah memberikan banyak saran serta masukan untuk penyempurnaan skripsi ini.
5. Bapak Dr. I Putu Wisna Ariawan, M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menyusun skripsi ini.
6. Bapak I Gusti Nyoman Yudi Hartawan, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi S1 Matematika yang telah banyak memberikan dukungan moril bagi penulis dalam penyusunan skripsi.
7. Bapak/Ibu Dosen dan Pegawai di lingkungan Jurusan Matematika serta Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, yang telah banyak

memberikan ilmu pengetahuan, kesempatan, nasehat, serta pengalaman yang berharga selama penulis menempuh pendidikan di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

8. Kedua Orang Tua Tercinta, I Wayan Selem dan Ni Nyoman Pintu, terima kasih atas semua kasih sayang, dukungan, serta bimbingan yang telah diberikan kepada penulis.
9. Adik tercinta, I Made Suryana Edwin, terima kasih telah membantu dan memberikan dukungan kepada penulis.
10. Dyah Tri Evastuti, teman sekaligus pacar yang hebat yang senantiasa memberikan semangat, dukungan, motivasi, bantuan, saran serta masukan kepada penulis.
11. Keluarga besar dan seluruh sahabat penulis yang selalu menghibur dan memberikan semangat serta waktu luang untuk menemani secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian skripsi ini.
12. Teman-teman Baperisma dan Angkatan Matematika 2018, yang selalu membantu, menghibur, mendukung, memberikan motivasi serta semangat bagi penulis yang memberikan kesan yang luar biasa selama perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini. Terima kasih telah menjadi teman terbaik dan semoga selalu sukses dalam perjalanan selanjutnya.
13. Seluruh pihak yang telah memberikan bantuan baik secara langsung maupun tidak langsung kepada penulis selama perkuliahan dan penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa apa yang tertulis di dalam skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun dari para pembaca guna menyempurnakan skripsi ini. Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan pada masa mendatang.

Singaraja, Juni 2022

Penulis

## DAFTAR SIMBOL

- $G(V, E)$  : Graf dengan himpunan tak kosong titik (*vertex*) dinotasikan dengan  $V$  dan himpunan sisi (*edge*) dinotasikan dengan  $E$
- $V$  : Himpunan titik (*vertex*) pada graf
- $E$  : Himpunan sisi (*edge*) pada graf
- $|V|$  : Banyak anggota himpunan titik (*vertex*)
- $|E|$  : Banyak anggota himpunan sisi (*edge*)
- $\Delta(G)$  : Derajat maksimum pada graf
- $\delta(G)$  : Derajat minimum pada graf





## DAFTAR ISI

<b>PRAKATA</b> .....	<b>ii</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	<b>iv</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>v</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>vi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Rumusan Masalah .....	4
1.3. Tujuan Penelitian.....	4
1.4. Manfaat Penelitian.....	5
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b> .....	<b>6</b>
2.1. Definisi dan Terminologi dalam Graf .....	6
2.2. Jenis-Jenis Graf .....	9
2.3. Graf Rantai ( <i>Chain Graph</i> ) .....	11
2.4. Pelabelan Graf .....	12
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b> .....	<b>14</b>
3.1 Metode Penelitian.....	14
<b>BAB IV PEMBAHASAN</b> .....	<b>16</b>
4.1 Pelabelan Graceful Pada <i>Tailed-snake graphs</i> .....	16
4.2 Pelabelan Graceful Pada <i>Rectangle-snake graphs</i> .....	28
4.3 Pelabelan Graceful Pada Graf Rantai $\left[ \left( \overline{K}(r,2) \right)^{(n)} \right]$ .....	34
4.4 Pelabelan Graceful Pada Graf Rantai Super $\left[ \left[ C_4^{(k)} \right]_c^{(r)} \right]$ .....	39
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	<b>59</b>
5.1 Kesimpulan.....	59
5.2 Kritik Dan Saran.....	60
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>61</b>



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Ilustrasi Jembatan Konigsberg .....	1
Gambar 2.1 Graf.....	6
Gambar 2.2 a) Graf Kosong dan b) Graf Trivial.....	7
Gambar 2.3 Graf Tak-Terhubung .....	9
Gambar 2.4 Graf Lengkap (Complete Graph) .....	9
Gambar 2.5 Graf Siklus (Cycle Graph).....	10
Gambar 2.6 Graf $\overline{K}(r, 2)$ .....	10
Gambar 2.7 Graf $3C_3$ -snake .....	11
Gambar 2.8 (a) Graf Rantai terbuka (b) Graf Rantai tertutup.....	12
Gambar 2.9 Pelabelan Graceful pada Graf Rantai .....	13
Gambar 4.1 Triangle Tailed-snake graphs $[C_4^{(3)}] - C_3$ .....	16
Gambar 4.2 Triangle Tailed-snake graphs $[C_4^{(4)}] - C_3$ .....	17
Gambar 4.3 Triangle Tailed-snake graphs $[C_4^{(5)}] - C_3$ .....	17
Gambar 4.4 Triangle Tailed-snake graphs $[C_4^{(6)}] - C_3$ .....	17
Gambar 4.5 Triangle Tailed-snake graphs $[C_4^{(10)}] - C_3$ .....	18
Gambar 4.6 Triangle Tailed-snake graphs $[C_4^{(13)}] - C_3$ .....	18
Gambar 4.7 Penotasian Titik dan Sisi Pada <i>Triangle Tailed-snake graphs</i> $[C_4^{(k)}] - C_3$ .....	19
Gambar 4.8 <i>Star Tailed-snake graphs</i> $[C_4^{(3)}] - S_4$ .....	22
Gambar 4.9 <i>Star Tailed-snake graphs</i> $[C_4^{(3)}] - S_4$ .....	23
Gambar 4.10 <i>Star Tailed-snake graphs</i> $[C_4^{(3)}] - S_5$ .....	23
Gambar 4.11 <i>Star Tailed-snake graphs</i> $[C_4^{(4)}] - S_7$ .....	23
Gambar 4.12 <i>Star Tailed-snake graphs</i> $[C_4^{(4)}] - S_{10}$ .....	24
Gambar 4.13 <i>Star Tailed-snake graphs</i> $[C_4^{(5)}] - S_4$ .....	24
Gambar 4.14 Penotasian Titik dan Sisi Pada <i>Star Tailed-snake graphs</i> $[C_4^{(k)}] - S_n$ .....	25
Gambar 4.15 Rectangle-snake graphs $[(C_4, K_2)^{(4)}] - C_4$ .....	28
Gambar 4.16 Rectangle-Snake graphs $[(C_4, K_2)^{(3)}] - C_4$ .....	29
Gambar 4.17 Rectangle-Snake graphs $[(C_4, K_2)^{(4)}] - C_4$ .....	29
Gambar 4. 18 Rectangle-snake graphs $[(C_4, K_2)^{(5)}] - C_4$ .....	29
Gambar 4.19 Rectangle-snake graphs $[(C_4, K_2)^{(7)}] - C_4$ .....	30

Gambar 4.20 Penotasian Titik dan Sisi Pada <i>Rectangle-snake graphs</i> $\left[ (C_4, K_2)^{(n)} \right] - C_4$ .....	31
Gambar 4.21 Graf Rantai $\left[ (\overline{K}(6, 2))^{(2)} \right]$ .....	34
Gambar 4.22 Graf Rantai $\left[ (\overline{K}(3, 2)^{(4)}) \right]$ dengan $r = 3$ .....	35
Gambar 4.23 Graf Rantai $\left[ (\overline{K}(4, 2)^{(2)}) \right]$ dengan $r = 4$ .....	35
Gambar 4.24 Graf Rantai $\left[ (\overline{K}(4, 2)^{(6)}) \right]$ dengan $r = 4$ .....	35
Gambar 4.25 Graf Rantai $\left[ (\overline{K}(5, 2)^{(3)}) \right]$ dengan $r = 5$ .....	35
Gambar 4.26 Graf Rantai $\left[ (\overline{K}(6, 2)^{(3)}) \right]$ dengan $r = 6$ .....	36
Gambar 4.27 Penotasian Titik dan Sisi Pada Graf Rantai $\left[ (\overline{K}(r, 2))^{(n)} \right]$ .....	37
Gambar 4.28 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(3)}]_c^{(2)} \right]$ .....	40
Gambar 4.29 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(4)}]_c^{(2)} \right]$ .....	40
Gambar 4.30 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(4)}]_c^{(3)} \right]$ .....	40
Gambar 4.31 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(6)}]_c^{(2)} \right]$ .....	41
Gambar 4.32 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(8)}]_c^{(2)} \right]$ .....	41
Gambar 4.33 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(3)}]_c^{(2)} \right]$ .....	41
Gambar 4.34 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(3)}]_c^{(3)} \right]$ .....	42
Gambar 4.35 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(3)}]_c^{(4)} \right]$ .....	42
Gambar 4.36 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(5)}]_c^{(2)} \right]$ .....	42
Gambar 4.37 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(5)}]_c^{(3)} \right]$ .....	43
Gambar 4.38 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(7)}]_c^{(2)} \right]$ .....	43
Gambar 4.39 Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(9)}]_c^{(2)} \right]$ .....	43
Gambar 4.40 Penotasian Titik dan Sisi Pada Graf Rantai Super $\left[ [C_4^{(m)}]_c^{(r)} \right]$ .....	44

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Daftar Riwayat Hidup

