

PELABELAN GRACEFUL PADA BEBERAPA GRAF JOIN

Oleh

Anak Agung Ayu Dwi Novitarisa, NIM 1813101009

Jurusan Matematika

ABSTRAK

Misalkan $G := (V, E)$ didefinisikan sebagai suatu *graf* dengan himpunan titik V dan himpunan sisi E . Graf G disebut sebagai (m, n) – *graph* jika memiliki m buah titik dan n buah sisi. *Pelabelan graceful* pada graf G merupakan suatu pemetaan injektif $f: V(G) \rightarrow \{0, 1, \dots, m\}$ sedemikian sehingga memenuhi pemetaan f^* terinduksi, didefinisikan oleh $f^*(uv) = |f(u) - f(v)|$ untuk setiap sisi uv di G , yang adalah bijeksi dari $E(G)$ ke $\{1, 2, \dots, m\}$. Graf G yang memiliki pelabelan graceful disebut sebagai *graf graceful*. Jika G dan H adalah dua graf yang saling asing, maka *join* dari G dan H , yang tuliskan dengan $G + H$, adalah graf yang diperoleh dengan menghubungkan setiap titik di G ke setiap titik di H . Jika G dan H berturut-turut adalah (m, s) – *graph* dan (n, t) – *graph*, maka himpunan sisi dari graf *join* $G + H$ adalah $\{E(G) \cup E(H) \cup \{x_1x_2: x_1 \in V(G), x_2 \in V(H)\}\}$ sehingga banyak sisinya adalah $mn + s + t$. Pada tulisan ini akan dikaji pelabelan graceful pada dua jenis graf *join* yaitu $P(m, s) + P(n, t)$ dan $P(m, s) + I(n, t)$, sehingga menghasilkan beberapa teorema yang membuktikan bahwa kedua jenis graf *join* tersebut adalah graf graceful pada beberapa kasus tertentu.

Kata kunci: Graceful, pelabelan graceful, *join*.



ABSTRACT

Let $G := (V, E)$ be a *graph* with a non-empty vertex set V and edge set E . We call G a (m, n) – *graph* if $|V(G)| = m$ and $|E(G)| = n$. A *graceful labeling* of G is an injection $f: V(G) \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, m\}$ such that the induced mapping f^* , defined by $f^*(uv) = |f(u) - f(v)|$ for each edge uv in G , is a bijection from $E(G)$ onto $\{1, 2, 3, \dots, m\}$. G which admits a graceful labeling is called *graceful graph*. Let G and H be two disjoint graphs. The *join* of G and H , denoted by $G + H$, is the graph obtained from the union of G and H by joining each vertex in G to each vertex in H . If G and H are (m, s) – *graph* and (n, t) – *graph* respectively, then the join of both graphs will have edge set $\{E(G) \cup E(H) \cup \{x_1x_2: x_1 \in V(G), x_2 \in V(H)\}\}$, with size $mn + s + t$. In this paper, we will present two families of join graph which have graceful labelings, $P(m, s) + I(n, t)$ and $P(m, s) + P(n, t)$, with some theorems that prove both types of graphs are graceful in some cases.

Keyword: Graceful graph, graceful labeling, join graphs.

