

**PELABELAN GRACEFUL PADA BEBERAPA  
GRAF *JOIN***



**OLEH  
ANAK AGUNG AYU DWI NOVITARISA  
NIM 1813101009**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA  
SINGARAJA  
2022**



**PELABELAN GRACEFUL PADA BEBERAPA GRAF  
*JOIN***

**SKRIPSI**

**Diajukan kepada**

**Universitas Pendidikan Ganesha**

**Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam Menyelesaikan**

**Program Sarjana Matematika**

**OLEH**

**ANAK AGUNG AYU DWI NOVITARISA**

**NIM 1813101009**



**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA**

**SINGARAJA**

**2022**

# SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS  
DAN MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK  
MENCAPAI GELAR SARJANA MATEMATIKA**

Menyetujui

Pembimbing I,

Pembimbing II,



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.  
NIP. 19650711 199003 1 003



Prof. Dr. I Gusti Putu Suharta, M.Si.  
NIP. 19621215 198803 1 002

## LEMBAR PERSETUJUAN PENGUJI

Skripsi oleh Anak Agung Ayu Dwi Novitarisa ini

telah dipertahankan di depan dewan penguji

pada tanggal 22 Juni 2022

Dewan Penguji,



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.  
NIP. 19650711 199003 1 003

(Ketua)



Prof. Dr. I Gusti Putu Suharta, M.Si.  
NIP. 19621215 198803 1 002

(Anggota)



Prof. Dr. I Made Candiasa, MI. Kom.  
NIP. 19601231 198601 1 004

(Anggota)



Dr. Gede Suweken, M.Sc.  
NIP. 19611111 198702 1 001

(Anggota)

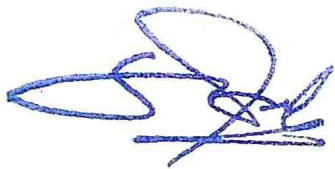
Diterima oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Pendidikan Ganesha  
guna memenuhi syarat syarat untuk mencapai gelar sarjana matematika

Pada:

Hari : Rabu  
Tanggal : 20 Juli 2022

**Mengetahui,**

Ketua Ujian,



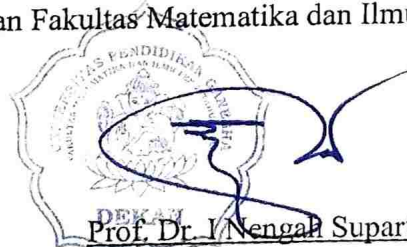
Dr. I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.  
NIP. 19671013 199403 1 001

Sekretaris Ujian,



I Gusti Nyoman Yudi Hartawan, S.Si., M.Sc.  
NIP. 19840525 200812 1 008

Mengesahkan  
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.  
NIP. 19650711 199003 1 003

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa karya tulis yang berjudul “**Pelabelan Graceful Pada Beberapa Graf Join**” beserta seluruh isinya adalah benar – benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan dan mengutip dengan cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung resiko/sanksi yang dijatuhkan kepada saya apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran atas etika keilmuan dalam karya saya ini, atau ada klaim terhadap keaslian karya saya ini.

Singaraja, 22 Juni 2022

Yang membuat pernyataan,



Anak Agung Ayu Dwi Novitarisa

NIM. 1813101009

## PRAKATA

Puji syukur penyusun panjatkan ke hadapan Tuhan Yang Maha Esa karena berkat rahmat Nya-lah, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Pelabelan Graceful Pada Beberapa Graf Join”**. Skripsi ini disusun guna memenuhi persyaratan mencapai gelar sarjana sains pada Universitas Pendidikan Ganesha. Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan baik berupa moral maupun material dari berbagai pihak. Untuk itu, dalam kesempatan ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. I Nengah Suparta, M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam sekaligus pembimbing I atas motivasi dan fasilitas, serta bimbingan, arahan, dan petunjuk yang diberikan sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi serta studi sesuai dengan rencana.
2. Dr. I Putu Wisna Ariawan, M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika atas motivasi yang diberikan dalam penyelesaian skripsi ini.
3. Prof. I Gusti Putu Suharta, M.Si., selaku Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, petunjuk, dan motivasi kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Staf dosen di lingkungan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah bersedia memberikan fasilitas selama proses penyusunan skripsi ini.
5. Orang tua serta sanak keluarga yang telah memberikan dukungan berupa material maupun moril selama proses penyusunan skripsi ini.
6. Teman-teman *Prisma* dan *Gomblo* yang selalu memberikan dukungan moril.
7. Serta semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu per satu yang telah membantu penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa apa yang tersaji dalam skripsi ini masih jauh dari sempurna karena keterbatasan kemampuan yang penulis miliki. Untuk itu demi kesempurnaan skripsi ini, penulis mengharapkan segala kritik maupun saran yang sifatnya membangun dari berbagai pihak. Penulis berharap



skripsi ini dapat bermanfaat dan berguna bagi kita semua khususnya dalam pengembangan ilmu pengetahuan.

Singaraja, 20 Juli 2022

Penulis



## DAFTAR ISI

Halaman

PRAKATA.....	ii
ABSTRAK.....	iv
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR GAMBAR.....	viii
DAFTAR LAMPIRAN.....	x
DAFTAR SIMBOL.....	xi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	
2.1 Graf.....	6
2.2 Pelabelan Graf.....	11
2.3 Graf <i>Join</i> .....	13
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b>	
3.1 Metode Penelitian.....	15
3.2 Objek Penelitian.....	15
3.3 Prosedur Penelitian.....	17

BAB IV PEMBAHASAN.....	19
4.1. Graf $Join P_{m,s} + I(n,t)$ .....	19
4.2. Graf $Join P_{m,s} + P(n,t)$ .....	38

BAB V PENUTUP

5.1 Simpulan .....	75
5.2 Saran.....	76

DAFTAR PUSTAKA



## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1. 1 Ilustrasi Jembatan Konigsberg .....	1
Gambar 2. 1 Contoh Graf Sederhana .....	8
Gambar 2. 2 Contoh Graf Terhubung .....	8
Gambar 2. 3 Contoh Graf dengan 3 Komponen .....	9
Gambar 2. 4 Contoh Graf Lintasan .....	9
Gambar 2. 5 Contoh Graf Siklus.....	10
Gambar 2. 6 Contoh Graf $P(m, s)$ .....	10
Gambar 2. 7 Contoh Graf $I(n, t)$ .....	11
Gambar 2. 8 Pelabelan Graceful pada Graf Pohon .....	13
Gambar 2. 9 Graf $P(m, s) + P(n, t)$ .....	14
Gambar 2. 10 Graf $P(m, s) + I(n, t)$ .....	14
Gambar 3. 1 Graf $Join P(m, s) + P(n, t)$ .....	16
Gambar 3. 2 Graf $Join P(m, s) + I(n, t)$ .....	17
Gambar 4. 1 Graf $Join P(m, 1) + I(n, 1)$ .....	20
Gambar 4. 2 $Join P(6, 1) + I(5, 1)$ .....	22
Gambar 4. 3 Graf $P(6, 1) + P(5, 1)$ .....	22
Gambar 4. 4 Graf $Join P(m, 2) + I(n, 1)$ .....	22
Gambar 4. 5 Graf $Join P(6, 2) + I(5, 1)$ .....	25
Gambar 4. 6 Graf $P(6, 2) + I(5, 1)$ .....	25
Gambar 4. 7 Graf $Join P(m, 1) + I(n, 2)$ .....	26
Gambar 4. 8 Graf $Join P(6,1) + I(5,2)$ .....	28
Gambar 4. 9 Graf $P(6,1) + I(5,2)$ .....	28
Gambar 4. 10 Graf $Join P(m, 2) + I(n, 2)$ .....	29
Gambar 4. 11 Graf $Join P(6,2) + I(5,2)$ .....	33
Gambar 4. 12 Graf $P(6,2) + I(5,2)$ .....	33
Gambar 4. 13 Graf $Join P(m, 3) + I(n, 2)$ .....	34
Gambar 4. 14 Graf $Join P(6,3) + I(5,2)$ .....	38
Gambar 4. 15 Graf $P(6,3) + I(5,2)$ .....	38
Gambar 4. 16 Graf $Join P(m, 3) + P(n, 1)$ .....	39

Gambar 4. 17 Graf <i>Join</i> $P(5,3) + P(5,1)$ .....	42
Gambar 4. 18 Graf $P(5,3) + P(5,1)$ .....	42
Gambar 4. 19 Graf <i>Join</i> $P(6,3) + P(4,1)$ .....	45
Gambar 4. 20 Graf $P(6,3) + P(4,1)$ .....	45
Gambar 4. 21 Graf <i>Join</i> $P(m,3) + P(n,2)$ .....	46
Gambar 4. 22 Graf <i>Join</i> $P(7,3) + P(4,2)$ .....	49
Gambar 4. 23 Graf $P(7,3) + P(4,2)$ .....	50
Gambar 4. 24 Graf <i>Join</i> $P(m,4) + P(n,1)$ .....	50
Gambar 4. 25 Graf <i>Join</i> $P(6,4) + P(6,1)$ .....	53
Gambar 4. 26 Graf $P(6,4) + P(6,1)$ .....	53
Gambar 4. 27 Graf <i>Join</i> $P(7,4) + P(5,1)$ .....	57
Gambar 4. 28 Graf $P(7,3) + P(5,1)$ .....	57
Gambar 4. 29 Graf <i>Join</i> $P(8,4) + P(5,1)$ .....	60
Gambar 4. 30 Graf $P(8,4) + P(5,1)$ .....	60
Gambar 4. 31 Graf <i>Join</i> $P(m,4) + I(n,2)$ .....	60
Gambar 4. 32 Graf <i>Join</i> $P(6,4) + P(5,2)$ .....	65
Gambar 4. 33 Graf $P(6,4) + P(5,2)$ .....	65
Gambar 4. 34 Graf <i>Join</i> $P(7,4) + P(5,2)$ .....	69
Gambar 4. 35 Graf $P(7,4) + P(5,2)$ .....	69
Gambar 4. 36 Graf <i>Join</i> $P(8,4) + P(5,2)$ .....	74
Gambar 4. 37 Graf $P(8,4) + P(5,2)$ .....	74

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Riwayat Hidup



## DAFTAR SIMBOL

$G = (V, E)$  : Graf dengan  $V$  adalah himpunan tak kosong titik dan  $E$  adalah himpunan sisi

$V$  : Himpunan titik

$E$  : Himpunan sisi

$|V|$  : Banyak anggota himpunan titik

$|E|$  : Banyak anggota himpunan sisi

$\Delta(G)$  : Derajat maksimum

$\delta(G)$  : Derajat minimum

