

**KAJIAN BILANGAN KROMATIK GRACEFUL
UNTUK GRAF $C_m \times P_n$**



OLEH

PUTU ANDI CIPTA PRATAMA

NIM 1813101029

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA

2022



KAJIAN BILANGAN KROMATIK GRACEFUL UNTUK GRAF $C_m \times P_n$

SKRIPSI

**Diajukan kepada
Universitas Pendidikan Ganesha
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam Menyelesaikan
Program Sarjana Matematika**



**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA
SINGARAJA**

2022

SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS
DAN MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK
MENCAPAI GELAR SARJANA MATEMATIKA**

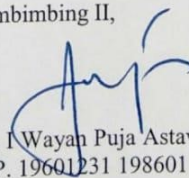
Menyetujui,

Pembimbing I,



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.
NIP. 19671020 199303 1 001

Pembimbing II,



Dr. I Wayan Puja Astawa, S.Pd., M.Stat.Sci
NIP. 19601231 198601 1 004

Skripsi oleh Putu Andi Cipta Pratama ini
telah dipertahankan di depan dewan penguji
pada tanggal 5 Agustus 2022

Dewan Penguji,



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.
NIP. 19650711 199003 1 003

(Ketua)



Dr. I Wayan Puja Astawa, S.Pd., M.Stat.Sci.
NIP. 19690116 199403 1 001

(Anggota)



Dr. I Nyoman Sukajaya, M.T.
NIP. 19671115 199303 1 001

(Anggota)



Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19900420 201903 2 021

(Anggota)

Diterima oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Pendidikan Ganesha
guna memenuhi syarat syarat untuk mencapai gelar sarjana matematika

Pada:

Hari : Rabu
Tanggal : 10. Agustus 2022

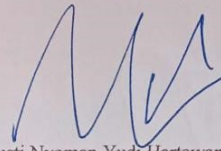
Mengetahui,

Ketua Ujian,



Dr. I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19671013 199403 1 001

Sekretaris Ujian,



I Gusti Nyoman Yudi Hartawan, S.Si., M.Sc.
NIP. 19840525 200812 1 008

Mengesahkan
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.
NIP. 19650711 199003 1 003

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa karya tulis yang berjudul "**Kajian Bilangan Kromatik Graceful untuk Graf $C_m \times P_n$** " beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan dan pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung resiko/sanksi yang dijatuhkan kepada saya apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran atas etika keilmuan dalam karya saya ini atau ada klaim terhadap keaslian karya saya ini.

Singaraja, *5 Agustus*, 2022

g membuat pernyataan



Putu Andi Cipta Pratama
NIM 1813101029

PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadapan Tuhan Yang Maha Esa/ Ida Sang Hyang Widhi Wasa, karena berkat rahmat dan karunia-Nya kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Kajian Bilangan Kromatik Graceful Untuk Graf $C_m \times P_n$ ” dengan baik. Skripsi ini dibuat untuk memenuhi salah satu syarat dalam meraih gelar sarjana Matematika di Universitas Pendidikan Ganesha.

Dalam pembuatan skripsi ini tentu penulis tidak luput dari berbagai bimbingan, arahan serta doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si. selaku Pembimbing I yang telah bersedia memberikan banyak bimbingan, arahan, saran, dan petunjuk kepada penulis selama pembuatan skripsi.
2. Dr. I Wayan Puja Astawa, S.Pd., M.Stat.Sci. selaku dosen pembimbing akademik sekaligus dosen Pembimbing II yang juga telah bersedia memberikan bimbingan, arahan, saran, dan petunjuk kepada penulis selama pembuatan skripsi.
3. Dr. I Nyoman Sukajaya, M.T. selaku dosen Penguji I yang telah memberikan arahan, saran serta petunjuk kepada penulis dalam pembuatan skripsi.
4. Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc. selaku dosen Penguji II yang juga telah memberikan arahan serta petunjuk kepada penulis dalam pembuatan skripsi.
5. Staf dosen di lingkungan FMIPA Universitas Pendidikan Ganesha yang telah memberikan fasilitas selama penyelesaian skripsi.
6. Kedua orang tua dan keluarga penulis yang telah memberikan banyak doa dan semangat kepada penulis selama pembuatan skripsi.

7. Teman-teman yang telah bersama-sama berjuang menempuh studi, memberikan semangat, keceriaan, serta dukungan yang banyak kepada penulis.
8. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu yang juga telah membantu penulis selama pembuatan skripsi.

Penulis menyadari bahwa dalam skripsi ini jauh dari kata sempurna, oleh karena itu penulis mengharapkan saran dan masukan yang membangun kepada penulis dari semua pihak untuk menyempurnakan skripsi ini menjadi lebih baik. Dari skripsi ini penulis berharap dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Singaraja, 1 Agustus 2022

Penulis



DAFTAR SIMBOL

$G = (V, E)$:	Graf dengan V adalah himpunan tak kosong titik dan E adalah himpunan sisi
V	:	Himpunan titik
E	:	Himpunan sisi
$ V $:	Banyak anggota himpunan titik
$ E $:	Banyak anggota himpunan sisi
C_m	:	Graf <i>Cycle</i>
P_n	:	Graf <i>Path</i>
$C_m \times P_n$:	Graf Prisma
$X_g(G)$:	Bilangan Kromatik Graceful pada Graf G



DAFTAR ISI

DAFTAR SIMBOL	iii	
DAFTAR ISI	v	
DAFTAR GAMBAR.....	vi	
BAB I PENDAHULUAN		
1.1. Latar Belakang.....	1	
1.2. Rumusan Masalah.....	3	
1.3. Tujuan Penelitian.....	4	
1.4. Manfaat Penelitian.....	4	
BAB II KAJIAN PUSTAKA		
2.1. Graf.....	5	
2.2. Pelabelan Graf.....	6	
2.3. Pewarnaan Graf.....	7	
2.4. Graf Khusus.....	12	
2.5. Graf <i>Cartesian Product</i>	11	
2.6. Pewarnaan Graceful.....	10	
BAB III METODE PENELITIAN		16
3.1. Metode Penelitian.....	16	
3.2. Objek Penelitian.....	16	
BAB IV PEMBAHASAN		19
4.1. Graf Prisma $C_m \times P_2$, untuk $m \geq 3$	21	
4.2. Graf Prisma $C_m \times P_n$, untuk $n \geq 3, m \geq 3$	34	
BAB V PENUTUP		
5.1. Simpulan.....	51	
5.2. Saran.....	51	
DAFTAR PUSTAKA		
LAMPIRAN		

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Contoh Graf.....	6
Gambar 2. 2 Pelabelan Graf	7
Gambar 2. 3 Pewarnaan Titik.....	8
Gambar 2. 4 Pewarnaan Sisi.....	9
Gambar 2. 5 Pewarnaan Daerah	10
Gambar 2. 6 Graf Lintasan $P7$	13
Gambar 2. 7 Graf Lingkaran $C6$	13
Gambar 3. 1 Ilustrasi Graf Prisma $Cn \times P2$	17
Gambar 4.1 Pewarnaan Graf $C4$	19
Gambar 4.2 Pewarnaan Graf $C5$	20
Gambar 4.3 Label 3 Pada Titik Berderajat 3.....	21
Gambar 4.4 Label 4 Pada Titik Berderajat 4.....	21
Gambar 4.5 indeks vertex graf $Cm \times P2$	23
Gambar 4.6 Pewarnaan Graf $P4 \times P2$	23
Gambar 4.7 Pewarnaan Graf $C4 \times P2$ yang di ekspansi oleh $C4 \times P2$	24
Gambar 4.8 Pewarnaan Dengan 3 Buah Angka	24
Gambar 4.9 Pewarnaan Graf $C5 \times P2$	26
Gambar 4.10 Pewarnaan Graf $C5 \times P2$ yang di ekspansi oleh $C4 \times P2$	27
Gambar 4.11 Pewarnaan 4 Buah Angka $Cm \times P2$ dengan $m \equiv 1 \pmod{4}$	28
Gambar 4.12 Pewarnaan Graf $C6 \times P2$	29
Gambar 4.13 Pewarnaan Graf $C6 \times P2$ yang di ekspansi oleh $C4 \times P2$	30
Gambar 4.14 Pewarnaan 4 Buah Angka $Cm \times P2$ dengan $m \equiv 2 \pmod{4}$	31
Gambar 4.15 Pewarnaan Graf $C3 \times P2$	32
Gambar 4.16 Pewarnaan Graf $P3 \times P2$ yang di ekspansi oleh $P4 \times P2$	33
Gambar 4.17 Pewarnaan 4 Buah Angka $Cm \times P2$ dengan $m \equiv 3 \pmod{4}$	34
Gambar 4.18 index vertex graf $Cm \times Pn$	37
Gambar 4.19 Pewarnaan Graf $C3 \times Pn$	37
Gambar 4.20 Pewarnaan Graf $C3 \times Pn$ Saat Jaring-Jaring Terbuka	38
Gambar 4.21 Pewarnaan Penghubungan Graf $C3 \times Pn$ dengan $C3 \times Pn$	39
Gambar 4.22 Pewarnaan Graf $C4 \times Pn$ untuk Pembuktian $Cm \times Pn$	40
Gambar 4.23 Pewarnaan Graf $C3 \times Pn$ Pembuktian $m \equiv 1 \pmod{3}$	41
Gambar 4.24 Pewarnaan Graf $C7 \times Pn$	43
Gambar 4.25 Pewarnaan Graf $C5 \times Pn$	45
Gambar 4.26 Pewarnaan Graf $C3 \times Pn$	46
Gambar 4.27 Pewarnaan Graf $C8 \times Pn$	47
Gambar 4.28 Pewarnaan Graf $C11 \times Pn$	50