

LAMPIRAN-LAMPIRAN



Lampiran 01. Pengkodean Siswa dan Nilai PAT Matematika Kelas X SMAN 1 Susut

X MIPA 1			X MIPA 2			X MIPA 3			X MIPA 4		
No	Kode Siswa	Nilai									
1	A01	81	1	B01	81	1	C01	78	1	D01	78
2	A02	79	2	B02	79	2	C02	81	2	D02	78
3	A03	77	3	B03	78	3	C03	78	3	D03	77
4	A04	77	4	B04	79	4	C04	79	4	D04	80
5	A05	78	5	B05	79	5	C05	78	5	D05	78
6	A06	77	6	B06	78	6	C06	79	6	D06	75
7	A07	77	7	B07	78	7	C07	78	7	D07	78
8	A08	75	8	B08	77	8	C08	79	8	D08	82
9	A09	74	9	B09	78	9	C09	78	9	D09	82
10	A10	74	10	B10	77	10	C10	78	10	D10	78
11	A11	74	11	B11	76	11	C11	79	11	D11	80
12	A12	79	12	B12	79	12	C12	74	12	D12	79
13	A13	83	13	B13	73	13	C13	80	13	D13	80
14	A14	84	14	B14	79	14	C14	76	14	D14	78
15	A15	82	15	B15	75	15	C15	81	15	D15	82
16	A16	82	16	B16	78	16	C16	78	16	D16	80
17	A17	80	17	B17	80	17	C17	83	17	D17	81
18	A18	80	18	B18	80	18	C18	81	18	D18	79
19	A19	84	19	B19	80	19	C19	81	19	D19	82
20	A20	74	20	B20	80	20	C20	82	20	D20	83
21	A21	79	21	B21	81	21	C21	81	21	D21	82
22	A22	81	22	B22	80	22	C22	82	22	D22	84
23	A23	81	23	B23	81	23	C23	81	23	D23	84
24	A24	82	24	B24	79	24	C24	80	24	D24	82
25	A25	81	25	B25	85	25	C25	85	25	D25	80
26	A26	85	26	B26	83	26	C26	86	26	D26	81
27	A27	81	27	B27	82	27	C27	85	27	D27	82
28	A28	82	28	B28	84	28	C28	82	28	D28	80
29	A29	80	29	B29	82	29	C29	82			
			30	B30	80	30	C30	81			

Lampiran 02. Hasil Uji Kesetaraan Sampel Penelitian dengan SPSS 25

1. Uji Normalitas

		Tests of Normality					
		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Kelas	Statistic	Df	Sig.	Statistic	Df	Sig.
Nilai PAT	X MIPA 1	.138	29	.171	.942	29	.111
	X MIPA 2	.134	30	.180	.973	30	.620
	X MIPA 3	.135	30	.172	.956	30	.251
	X MIPA 4	.154	28	.088	.953	28	.231

a. Lilliefors Significance Correction

2. Uji Homogenitas

		Test of Homogeneity of Variances			
		Levene			
		Statistic	df1	df2	Sig.
Nilai PAT	Based on Mean	1.803	3	113	.151
	Based on Median	1.481	3	113	.223
	Based on Median and with adjusted df	1.481	3	105.486	.224
	Based on trimmed mean	1.786	3	113	.154

3. Uji Anava

ANOVA

Nilai PAT

	Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	18.750	3	6.250	.880	.454
Within Groups	802.908	113	7.105		
Total	821.658	116			

Lampiran 03. Pengkodean Siswa Kelompok Kontrol dan Eksperimen

KELOMPOK KONTROL (XI MIPA 2)		KELOMPOK EKSPERIMEN (XI MIPA 3)	
N0	Kode Siswa	N0	Kode Siswa
1	B01	1	C01
2	B02	2	C02
3	B03	3	C03
4	B04	4	C04
5	B05	5	C05
6	B06	6	C06
7	B07	7	C07
8	B08	8	C08
9	B09	9	C09
10	B10	10	C10
11	B11	11	C11
12	B12	12	C12
13	B13	13	C13
14	B14	14	C14
15	B15	15	C15
16	B16	16	C16
17	B17	17	C17
18	B18	18	C18
19	B19	19	C19
20	B20	20	C20
21	B21	21	C21
22	B22	22	C22
23	B23	23	C23
24	B24	24	C24
25	B25	25	C25
26	B26	26	C26
27	B27	27	C27
28	B28	28	C28
29	B29	29	C29
30	B30	30	C30

Lampiran 04. Kisi-Kisi Post-Test Kemampuan Berpikir Kritis Matematika Siswa

KISI-KISI *POST-TEST*

KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIKA SISWA

Jenjang : SMA
 Mata Pelajaran : Matematika
 Kelas/Semester : XI/Ganjil
 Pokok Bahasan : Induksi Matematika
 Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit

Kompetensi Dasar	Indikator Soal	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis				Dimensi Soal	Jenis Soal	Banyak Soal	No Soal
		A	B	C	D				
3.1 Menjelaskan metode pembuktian Pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika. 4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan,	Membuktikan operasi penjumlahan notasi sigma dengan menerapkan sifat-sifat notasi sigma yang diketahui.	√	√	√	√	C5, K2	Uraian	1	1
	Menjawab dan membuktikan operasi pengurangan notasi sigma dengan menerapkan sifat-sifat notasi sigma yang diketahui.	√	√	√	√	C5, K2	Uraian	1	2
	Menentukan rumus notasi sigma dari suatu soal aplikasi dalam kehidupan sehari-hari. Dan penyelesaiannya akan memanfaatkan sifat eleminasi dan	√	√	√	√	C5, K2	Uraian	1	3

Kompetensi Dasar	Indikator Soal	Indikator Kemampuan Berpikir Kritis				Dimensi Soal	Jenis Soal	Banyak Soal	No Soal
		A	B	C	D				
ketidaksamaan, keterbagian	substitusi dalam menentukan nilai yang belum diketahui.								
	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran suatu formula keterbagian untuk setiap n bilangan asli.	√	√	√	√	C5, K2	Uraian	1	4
	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran suatu formula ketaksamaan untuk setiap n bilangan asli.	√	√	√	√	C5, K2	Uraian	1	5

Keterangan Dimensi Kognitif :

- C1 = Mengingat
- C2 = Memahami
- C3 = Mengaplikasikan
- C4 = Menganalisis
- C5 = Mengevaluasi

Lampiran 05. Soal Post-Test Kemampuan Berpikir Kritis Matematika Siswa

SOAL POST-TEST

KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIKA SISWA

Satuan Pendidikan : SMA

Mata Pelajaran : Matematika Wajib

Pokok Bahasan : Induksi Matematika

Alokasi Waktu : 90 Menit

1. Diketahui pernyataan operasi notasi sigma sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{48} (2i + 5) + \sum_{i=60}^{n+9} (2i - 17) = \sum_{i=3}^n (2i + 1)$$

Selidiki kebenaran pernyataan tersebut! Jika benar analisislah sifat notasi sigma mana yang paling bisa digunakan untuk membuktikan operasi tersebut.

2. Diketahui operasi notasi sigma sebagai berikut:

$$\sum_{k=2}^8 (3k^2 - 8) - \sum_{k=9}^{15} (2k + 5) = \sum_{k=n}^{11} (3k^2 + 24k - 8)$$

Selidikilah kebenaran pernyataan tersebut! Tentukan berapa nilai n yang tepat.

3. Pada pagi hari sekitar pukul 05.00 suhu udara di suatu desa terpantau -1°C dua jam berikutnya suhu menjadi 2°C . Pada pukul 09.00 dan 11.00 suhu berubah lagi menjadi 9°C dan 20°C . Beberapa jam berikutnya suhu tidak berubah dan jika diurutkan akan membentuk suatu barisan dimana suhu tertinggi di desa itu terjadi pada siang hari pukul 13.00 yaitu sekitar 20°C . Bagaimanakah cara menentukan notasi sigma dari permasalahan tersebut?
4. Buktikanlah bahwa $9^n - 2^n$ habis dibagi 7, untuk setiap n bilangan asli !
5. Buktikan bahwa ketaksamaan berikut ini $3^n \geq 2n + 1$ benar untuk setaip n bilangan asli !

$$= \sum_{i=3}^{50} (2i - 4 + 5)$$

$$+ \sum_{i=51}^n (2i + 18 - 17)$$

$$= \sum_{i=3}^{50} (2i + 1) + \sum_{i=51}^n (2i + 1)$$

3

❖ **Mengembangkan Konsep Jawaban**

Dari jawaban akhir yang di dapatkan maka untuk membuktikan operasi pada soal dapat menggunakan sifat notasi sigma yaitu:

$$\sum_{i=1}^m u_i + \sum_{i=m+1}^n u_i = \sum_{i=1}^n u_i$$

$$\sum_{i=1}^{48} (2i + 5) + \sum_{i=60}^{n+9} (2i - 17)$$

$$= \sum_{i=3}^{50} (2i + 1) + \sum_{i=51}^n (2i + 1)$$

$$= \sum_{i=3}^{50} (2i + 1) + \sum_{i=51}^n (2i + 1)$$

$$= \sum_{i=3}^n (2i + 1)$$

3

❖ **Melakukan Evaluasi**

Dari perhitungan yang dilakukan dengan menerapkan sifat notasi sigma maka operasi pada soal benar, yaitu:

$$\sum_{i=1}^{48} (2i + 5) + \sum_{i=60}^{n+9} (2i - 17) = \sum_{i=3}^n (2i + 1)$$

$$\sum_{k=9-4}^{15-4} (2(k+4) + 5) = \sum_5^{11} 2k + 8 + 5$$

$$= \sum_5^{11} 2k + 13$$

❖ **Mengembangkan Konsep Jawaban**

Didapatkan hasil operasi

$$\sum_{k=2}^8 (3k^2 - 8) - \sum_{k=9}^{15} (2k + 5)$$

$$= \sum_5^{11} (3k^2 - 18k + 19) - \sum_5^{11} 2k + 13$$

Karena didapatkan hasil batas atas dan batas bawah sama maka kita dapat menyatukan operasinya dengan menggunakan sifat notasi sigma yaitu:

$$\sum_{i=1}^n u_i \pm \sum_{i=1}^n v_i = \sum_{i=1}^n (u_i \pm v_i)$$

$$\sum_{k=2}^8 (3k^2 - 8) - \sum_{k=9}^{15} (2k + 5)$$

$$= \sum_5^{11} (3k^2 - 18k + 19) - \sum_5^{11} 2k + 13$$

$$= \sum_5^{11} 3k^2 - 18k + 19 - (2k + 13)$$

$$= \sum_5^{11} (3k^2 - 18k + 19 - 2k - 13)$$

$$= \sum_5^{11} (3k^2 - 20k + 6)$$

		<p>❖ Melakukan Evaluasi</p> <p>Dari perhitungan yang dilakukan dengan menerapkan sifat notasi sigma maka operasi pada soal salah. Hasil yang tepat adalah:</p> $\sum_{k=2}^8 (3k^2 - 8) - \sum_{k=9}^{15} (2k + 5) = \sum_5^{11} (3k^2 - 20k + 6)$ <p>Dengan nilai $n = 5$</p>	
3	<p>Pada pagi hari sekitar pukul 05.00 suhu udara di suatu desa terpantau -1°C dua jam berikutnya suhu menjadi 2°C. Pada pukul 09.00 dan 11.00 suhu berubah lagi menjadi 9°C dan 20°C. Beberapa jam berikutnya suhu tidak berubah dan jika diurutkan akan membentuk suatu barisan dimana suhu tertinggi di desa itu terjadi pada siang hari pukul 13.00 yaitu sekitar 20°C. Bagaimanakah cara menentukan notasi sigma dari permasalahan tersebut?</p>	<p>❖ Interpretasi Masalah</p> <p>Dari soal tersebut, karena selang waktu yang diketahui 2 jam maka kita didapatkan barisan suhu tersebut ialah: -1, 2, 9, 20</p> <p>Untuk menjawab notasi sigma bagaimana yang sesuai adalah dengan mengubah barisan menjadi deret terlebih dahulu.</p> <p>Maka diketahui deret bilangan :</p> $\begin{array}{ccccccc} -1 & + & 2 & + & 9 & + & 20 \\ & & \underbrace{\quad} & & \underbrace{\quad} & & \underbrace{\quad} \\ & & +3 & & +7 & & +11 \\ & & & & \underbrace{\quad} & & \underbrace{\quad} \\ & & & & +4 & & +4 \end{array}$ <p>❖ Merumuskan Masalah</p> <p>Deret bilangan di atas merupakan deret bilangan bertingkat dua.</p> <p>Maka rumus nya adalah: $U_n = an^2 + bn + c$</p> $U_1 = -1 \Leftrightarrow a \times 1^2 + b \times 1 + c = -1$ $\Leftrightarrow a + b + c = -1 \dots (1)$ $U_2 = 2 \Leftrightarrow a \times 2^2 + b \times 2 + c = 2$ $\Leftrightarrow 4a + 2b + c = 2 \dots (2)$ $U_3 = 9 \Leftrightarrow a \times 3^2 + b \times 3 + c = 9$ $\Leftrightarrow 9a + 3b + c = 9 \dots (3)$	2
			2
			3

❖ *Mengembangkan Konsep Jawaban*

Untuk mencari nilai a, b dan c kita harus mengeliminasi persamaan:

- Eliminasi c dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} a + b + c = -1 \\ 4a + 2b + c = 2 \quad - \\ \hline -3a - b = -3 \quad \dots (4) \end{array}$$

- Eliminasi c dari persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} 4a + 2b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 9 \quad - \\ \hline -5a - b = -7 \quad \dots (5) \end{array}$$

- Eliminasi c dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r} -3a - b = -3 \\ -5a - b = -7 \quad - \\ \hline 2a = 4 \\ \mathbf{a = 2} \end{array}$$

- Substitusi $a = 2$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{array}{r} -3a - b = -3 \\ -3(2) - b = -3 \\ -6 - b = -3 \\ -b = 3 \\ \mathbf{b = -3} \end{array}$$

- Substitusi $a = 2$ dan $b = -3$ ke dalam persamaan (1)

$$\begin{array}{r} a + b + c = -1 \\ 2 + (-3) + c = -1 \\ -1 + c = -1 \\ \mathbf{c = 0} \end{array}$$

- Diperoleh $a = 2, b = -3, c = 0$

Rumus suku ke n (U_n)

		<p>Langkah Induksi:</p> <p>Akan dibuktikan P(n) benar untuk n=k, yaitu: $9^k - 2^k$ habis dibagi 7, dapat dinyatakan $9^k - 2^k = 7p$</p> <p>Selanjutnya, akan dibuktikan P(n) benar untuk n = k+1 sehingga $9^{k+1} - 2^{k+1}$ habis dibagi 7</p> <p>Bukti:</p> $= 9^{k+1} - 2^{k+1}$ $= 9^k \cdot 9^1 - 2^k \cdot 2^1$ $= 9^k \cdot 9 - 2^k \cdot 9 + 2^k \cdot 9 - 2^k \cdot 2$ $= 9(9^k - 2^k) + 2^k(9 - 2)$ $= 9(7p) + 2^k(7)$ $= 7(9p + 2^k) \dots \text{habis dibagi 7}$ <p>d. Melakukan Evaluasi</p> <p>Dengan demikian terbukti bahwa $7(9p + 2^k)$ Habis dibagi 7. Jadi, P(n) benar untuk n = k+1 Oleh karena Langkah Basis dan Langkah Induksi bernilai benar maka terbukti bahwa $9^n - 2^n$ habis dibagi 7, untuk setiap n bilangan asli.</p>	3
5	<p>Buktikan bahwa ketaksamaan berikut ini $3^n \geq 2n + 1$ benar untuk setiap n bilangan asli !</p>	<p>a. Interpretasi Masalah</p> <p>Misalkan P(n) adalah $3^n \geq 2n + 1$ untuk setiap n bilangan asli.</p> <p>b. Merumuskan Masalah</p> <p>Langkah Basis:</p> <p>Akan dibuktikan P(n) benar untuk n = 1</p> <p>Dengan mensubstitusikan n = 1 ke $3^n \geq 2n +$ 1 maka diperoleh:</p> $3^n \geq 2n + 1$ $3^1 \geq 2 + 1$ $3 \geq 3$	2 2

	<p>Jadi, $P(n)$ benar untuk $n = 1$</p> <p>c. Mengembangkan Konsep Jawaban</p> <p>Langkah Induksi:</p> <p>Andaikan $P(n)$ benar untuk $n=k$ yaitu $3^k \geq 2k + 1$, akan dibuktikan $P(n)$ juga benar untuk $n = k+1$ yaitu :</p> $3^{k+1} \geq 2(k + 1) + 1$ <p>Bukti:</p> $3^{k+1} = 3^k \times 3^1$ $\geq (2k + 1) \cdot 3$ $\geq 6k + 3$ $\geq 2k + 3$ $\geq 2k + 2 + 1$ $\geq 2(k + 1) + 1$ <p>d. Melakukan Evaluasi</p> <p>Dengan demikian terbukti bahwa</p> $3^{k+1} \geq 2(k + 1) + 1 .$ <p>Jadi, $P(n)$ bernilai benar untuk $n = k + 1$</p> <p>Oleh karena langkah Basis dan Langkah Induksi bernilai benar maka terbukti bahwa $3^n \geq 2n + 1$ untuk setiap n bilangan asli.</p>	<p>3</p> <p>3</p>
--	--	-------------------

$$\text{Skor Akhir} = \frac{\text{Jumlah skor yang diperoleh}}{\text{skor total}} \times 100$$

Lampiran 07. Lembar Validitas Ahli

LEMBAR VALIDITAS

POST-TES KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIKA

R = Relevan, TR = Tidak Relevan

Kopetensi Dasar	Indikator	No Soal	Penilaian		Keterangan
			R	TR	
3.1 Menjelaskan metode pembuktian Pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika. 4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian	Membuktikan operasi penjumlahan notasi sigma dengan menerapkan sifat-sifat notasi sigma yang diketahui.	1	√		
	Menjawab dan membuktikan operasi pengurangan notasi sigma dengan menerapkan sifat-sifat notasi sigma yang diketahui.	2	√		
	Menentukan rumus notasi sigma dari suatu soal aplikasi dalam kehidupan sehari-hari. Dan penyelesaiannya akan memanfaatkan sifat eliminasi dan substitusi dalam menentukan nilai yang belum diketahui.	3	√		
	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran suatu formula keterbagian untuk setiap n bilangan asli.	4	√		
	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran suatu formula ketaksamaan untuk setiap n bilangan asli.	5	√		

Bangli, 26 Juni 2022

Dosen Pendidikan Matematika Undiksha



I Putu Pasek Suryawan, S.Pd., M.Pd
NIP 198806172014041001

LEMBAR VALIDITAS
POST-TES KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIKA

R = Relevan, TR = Tidak Relevan

Kompetensi Dasar	Indikator	No Soal	Penilaian		Keterangan
			R	TR	
3.1 Menjelaskan metode pembuktian Pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika. 4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian	Membuktikan operasi penjumlahan notasi sigma dengan menerapkan sifat-sifat notasi sigma yang diketahui.	1	x		
	Menjawab dan membuktikan operasi pengurangan notasi sigma dengan menerapkan sifat-sifat notasi sigma yang diketahui.	2	x		
	Menentukan rumus notasi sigma dari suatu soal aplikasi dalam kehidupan sehari-hari. Dan penyelesaiannya akan memanfaatkan sifat eliminasi dan substitusi dalam menentukan nilai yang belum diketahui.	3	x		
	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran suatu formula keterbagian untuk setiap n bilangan asli.	4	x		
	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran suatu formula ketaksamaan untuk setiap n bilangan asli.	5	x		

Bangli, 26 Juni 2022

Dosen Pendidikan Matematika Undiksha



I Made Suarsana, S.Pd., M.Si.
 NIP 198302172006041003

Lampiran 08. Pengkodean Siswa dan Nilai Uji Coba Instrumen Penelitian

PENGGODEAN SISWA DAN NILAI UJI COBA INSTRUMEN
KELAS XII MIPA 2 SMA NEGERI 1 BANGLI
TAHUN PELAJARAN 2022/2023

XII MIPA 2		Nilai Butir Soal					Nilai Total
N0	Kode Siswa	1	2	3	4	5	
1	E01	10	6	8	0	4	28
2	E02	9	8	8	2	10	37
3	E03	7	6	4	4	6	27
4	E04	10	10	10	10	10	50
5	E05	8	6	4	4	0	22
6	E06	6	4	4	2	8	24
7	E07	8	6	4	0	8	26
8	E08	10	10	8	8	10	46
9	E09	10	8	8	4	6	36
10	E10	8	6	6	6	8	34
11	E11	8	6	4	4	8	30
12	E12	8	8	0	8	10	34
13	E13	8	7	7	7	7	36
14	E14	8	6	6	8	8	36
15	E15	6	6	4	8	8	32
16	E16	6	9	10	0	2	27
17	E17	8	0	2	2	10	22
18	E18	9	10	10	4	10	43
19	E19	4	8	8	4	9	33
20	E20	10	8	6	6	10	40
21	E21	10	9	8	8	10	45
22	E22	10	10	10	10	10	50
23	E23	10	10	10	10	10	50
24	E24	10	8	6	6	6	36
25	E25	8	6	10	2	4	30
26	E26	8	6	8	6	10	38
27	E27	8	6	8	4	6	32
28	E28	7	6	4	4	6	27
29	E29	7	6	8	4	4	29
30	E30	7	6	9	2	10	34
31	E31	6	6	4	6	4	26
32	E32	6	6	4	4	4	24

Lampiran 09. Hasil Uji Coba Instrumen dengan SPSS 25

1. Uji Validitas

		Correlations					
		P1	P2	P3	P4	P5	TOTAL
P1	Pearson Correlation	1	.433*	.335	.354*	.318	.648**
	Sig. (2-tailed)		.013	.061	.047	.076	.000
	N	32	32	32	32	32	32
P2	Pearson Correlation	.433*	1	.594**	.490**	.227	.784**
	Sig. (2-tailed)	.013		.000	.004	.211	.000
	N	32	32	32	32	32	32
P3	Pearson Correlation	.335	.594**	1	.087	.097	.607**
	Sig. (2-tailed)	.061	.000		.637	.596	.000
	N	32	32	32	32	32	32
P4	Pearson Correlation	.354*	.490**	.087	1	.432*	.724**
	Sig. (2-tailed)	.047	.004	.637		.014	.000
	N	32	32	32	32	32	32
P5	Pearson Correlation	.318	.227	.097	.432*	1	.645**
	Sig. (2-tailed)	.076	.211	.596	.014		.000
	N	32	32	32	32	32	32
TOTAL	Pearson Correlation	.648**	.784**	.607**	.724**	.645**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.000	.000	
	N	32	32	32	32	32	32

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

2. Uji Reliabilitas

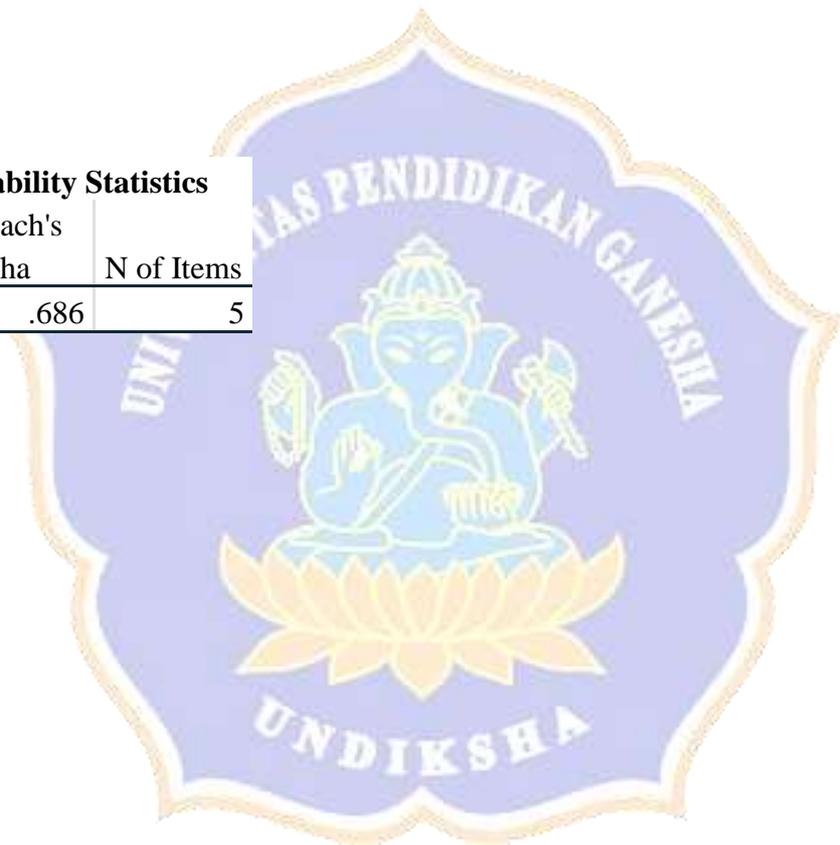
Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	32	100.0
	Excluded ^a	0	.0
	Total	32	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.686	5



Lampiran 10. Pengkodean Siswa dan Nilai Post-Test Kemampuan Berpikir Kritis

DATA NILAI *POST-TEST*

KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIKA

KELAS XI MIPA 2 DAN XI MIPA 3 SMA NEGERI 1 SUSUT

TAHUN PELAJARAN 2022/2023

XI MIPA 2			XI MIPA 3		
N0	Kode Siswa	Nilai	N0	Kode Siswa	Nilai
1	B01	82	1	C01	70
2	B02	70	2	C02	88
3	B03	50	3	C03	68
4	B04	72	4	C04	66
5	B05	60	5	C05	54
6	B06	62	6	C06	70
7	B07	50	7	C07	66
8	B08	46	8	C08	70
9	B09	62	9	C09	68
10	B10	48	10	C10	50
11	B11	46	11	C11	66
12	B12	64	12	C12	50
13	B13	42	13	C13	86
14	B14	70	14	C14	50
15	B15	42	15	C15	76
16	B16	58	16	C16	78
17	B17	70	17	C17	92
18	B18	76	18	C18	82
19	B19	78	19	C19	84
20	B20	80	20	C20	94
21	B21	80	21	C21	86
22	B22	76	22	C22	88
23	B23	82	23	C23	92
24	B24	76	24	C24	82
25	B25	98	25	C25	96
26	B26	86	26	C26	100
27	B27	84	27	C27	100
28	B28	90	28	C28	88
29	B29	86	29	C29	94
30	B30	78	30	C30	78

Lampiran 11. Hasil Uji Statistik Deskriptif

LAMPIRAN HASIL UJI STATISTIK DESKRIPTIF

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Kelas Kontrol	30	42.00	98.00	68.8000	15.52395
Kelas Eksperimen	30	50.00	100.00	77.7333	14.90876
Valid N (listwise)	30				



Lampiran 12. Hasil Uji Hipotesis dengan SPSS 25

1. Uji Normalitas

Kelas	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	Df	Sig.	Statistic	Df	Sig.
Nilai Posttest						
Kontrol	.145	30	.107	.948	30	.150
Eksperimen	.113	30	.200 [*]	.940	30	.091

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

2. Uji Homogenitas

Kelas	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Nilai Posttest				
Kontrol	30	68.8000	15.52395	2.83427
Eksperimen	30	77.7333	14.90876	2.72196

3. Uji Hipotesis

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Nilai Posttest	Equal variances assumed	.086	.770	2.273	58	.027	8.93333	3.92965	1.06729	16.79938
	Equal variances not assumed			2.273	57.905	.027	8.93333	3.92965	1.06701	16.79966

Lampiran 13. RPP Kelas Eksperimen

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP KELAS EKSPERIMEN)

Satuan Pendidikan	: SMA/MA
Kelas / Semester	: XI/Genap
Mata Pelajaran	: Matematika Wajib
Materi Pokok	: Induksi Matematika
Alokasi Waktu	: 8 x Pertemuan (16 JP)

A. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati agama yang dianutnya
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar		Indikator Pencapaian Kompetensi	
3.1	Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian, dengan induksi matematika.	3.1.1	Menjelaskan notasi sigma dan memahami sifat-sifat notasi sigma
		3.1.2	Menjelaskan prinsip induksi matematika.
		3.1.3	Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan,

			ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika
4.1	Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian.	4.1.1	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan.
		4.1.2	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan keterbagian bilangan.
		4.1.3	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan ketidaksamaan bilangan.

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini diharapkan:

1. Peserta didik dapat menjelaskan notasi sigma dan memahami sifat-sifat notasi sigma
2. Peserta didik dapat menjelaskan dan memahami konsep prinsip induksi matematika.
3. Peserta didik mampu menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, keterbagian dan ketidaksamaan dengan induksi matematika
4. Peserta didik dapat menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan.
5. Peserta didik dapat menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan keterbagian bilangan.
6. Peserta didik mampu menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan ketidaksamaan bilangan.

D. Materi Pembelajaran

A. NOTASI SIGMA

1. Notasi Sigma

Σ (Penjumlahan)

Suatu penjumlahan berurutan dapat dituliskan secara ringkas menggunakan notasi yang disebut notasi sigma dan dilambangkan dengan tanda Σ .

Langkah-langkah menyatakan penjumlahan berurutan menjadi notasi sigma adalah sebagai berikut:

- Mencari batas bawah dan batas atas.
- Mencari rumus suku umum dari suatu penjumlahan.

Secara umum dapat dituliskan: $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = \sum_{i=1}^n u_i$ dengan

batas bawah 1 dan batas atas n . Pada deret aritmatika, jumlah n suku pertama dapat dituliskan dengan notasi sigma sebagai berikut:

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1)b) = \sum_{i=1}^n (a + (n - 1)b)$$

.Pada deret geometri, jumlah n suku pertama dapat dituliskan dengan

$$\text{notasi sigma sebagai berikut: } S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \sum_{i=1}^n ar^{i-1}$$

2. Sifat-Sifat Notasi Sigma

Berikut adalah sifat-sifat notasi sigma.

- $\sum_{i=1}^n A = nA$, dengan A suatu konstanta
- $\sum_{i=1}^n ku_i = k \sum_{i=1}^n u_i$
- $\sum_{i=1}^n (u_i \pm v_i) = \sum_{i=1}^n u_i \pm \sum_{i=1}^n v_i$
- $\sum_{i=1}^n (u_i \pm v_i)^2 = \sum_{i=1}^n u_i^2 \pm 2 \sum_{i=1}^n u_i \cdot v_i + \sum_{i=1}^n v_i^2$
- $\sum_{i=1}^m u_i + \sum_{i=m+1}^n u_i = \sum_{i=1}^n u_i$, dengan $m < n$

$$f. \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=0}^{n-1} u_{i+1} = \sum_{i=2}^{n+1} u_{i-1}$$

3. Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

- 1) Nyatakan $\sum_{i=1}^5 (3i + 2)$ ke dalam bentuk penjumlahan biasa!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 (3i + 2) &= ((3(1) + 2) + (3(2) + 2) + (3(3) + 2) + (3(4) + 2) + (3(5) + 2)) \\ &= 5 + 8 + 11 + 14 + 17 \end{aligned}$$

- 2) Tulislah penjumlahan $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14$ dalam notasi sigma!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} u_1 &= 2 = 2 \times 1 \\ u_2 &= 4 = 2 \times 2 \\ u_3 &= 6 = 2 \times 3 \\ u_4 &= 8 = 2 \times 4 \\ u_5 &= 10 = 2 \times 5 \\ u_6 &= 12 = 2 \times 6 \\ u_7 &= 14 = 2 \times 7 \\ u_n &= 2n \end{aligned}$$

Rumus suku umumnya adalah $u_n = 2n$

Batas bawah penjumlahan 1 dan batas atas penjumlahan 7

Jadi, notasi sigma dari $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14$ adalah $\sum_{i=1}^7 2i$

- 3) Buktikan bahwa $\sum_{i=1}^n (2i + 3)^2 = 4 \sum_{i=1}^n i^2 + 12 \sum_{i=1}^n i + 9n$!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (2i + 3)^2 &= \sum_{i=1}^n (4i^2 + 12i + 9) \\ &= \sum_{i=1}^n 4i^2 + \sum_{i=1}^n 12i + \sum_{i=1}^n 9 \\ &= 4 \sum_{i=1}^n i^2 + 12 \sum_{i=1}^n i + 9n \end{aligned}$$

B. PRINSIP INDUKSI MATEMATIKA

1. Prinsip Induksi Matematika

❖ Pengertian Induksi Matematika

Induksi matematika merupakan metode untuk membuktikan bahwa suatu sifat yang didefinisikan pada bilangan asli n adalah bernilai benar untuk semua nilai n yang lebih besar atau sama dengan sebuah bilangan asli tertentu. Dengan induksi matematika kita dapat melakukan pembuktian kebenaran suatu pernyataan matematika yang berhubungan dengan bilangan asli, tetapi bukan untuk menemukan suatu formula atau rumus.

❖ Prinsip Induksi Matematika

Misalkan $P(n)$ merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pembuktian rumus atau sifat $P(n)$ berlaku untuk semua bilangan asli n dengan induksi matematika dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Langkah Awal (Basis)

Tunjukkan bahwa rumus $P(n)$ benar untuk $n = 1$ atau $P(1)$ benar.

b. Langkah Induksi

Tunjukkan bahwa jika rumus $P(n)$ benar untuk $n = k$, maka rumus $P(n)$ juga benar untuk $n = k+1$ atau jika $P(k)$ benar, maka $P(k+1)$ benar untuk setiap k bilangan asli.

2. Penerapan Induksi Matematika

Induksi matematika dapat diterapkan pada barisan bilangan, keterbagian, dan ketidaksamaan.

a. Penerapan Induksi Matematika pada Barisan Bilangan

Diketahui barisan bilangan $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$. Jumlah n suku pertama

barisan bilangan adalah $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

Buktikan bahwa $7 + 9 + 11 + \dots + (2n + 5) = n^2 + 6n$ berlaku untuk semua n bilangan asli !

Penyelesaian:

❖ Langkah Basis

Akan dibuktikan $P(n)$ benar untuk $n = 1$

$$2(1) + 5 = 1^2 + 6(1) \Leftrightarrow 7 = 7$$

Jadi, rumus $P(n)$ benar untuk $n=1$

❖ Langkah Induksi

Andaikan $P(n)$ benar untuk $n = k$ sehingga :

$$P(k) = 7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5) = k^2 + 6k$$

Selanjutnya akan dibuktikan $P(n)$ bernilai benar untuk $n = k+1$ sehingga

$$P(k+1) = 7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5) + (2(k+1) + 5) = (k+1)^2 + 6(k+1)$$

Karena $P(k) = 7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5) = k^2 + 6k$ adalah pernyataan yang benar, maka dari ruas kiri $P(k+1)$ diperoleh :

$$\begin{aligned} 7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5) + (2(k+1) + 5) &= \underbrace{7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5)}_{P(k)} + (2(k+1) + 5) \\ &= (k^2 + 6k) + (2(k+1) + 5) \\ &= k^2 + 6k + 2k + 7 \\ &= k^2 + 8k + 7 \\ &= (k^2 + 2k + 1) + (6k + 6) \\ &= (k+1)^2 + 6(k+1) \end{aligned}$$

[Ruas Kanan Terbukti]

Oleh karena Langkah Basis dan Langkah Induksi bernilai benar maka terbukti bahwa $7 + 9 + 11 + \dots + (2n + 5) = n^2 + 6n$ berlaku untuk semua n bilangan asli.

b. Penerapan Induksi Matematika pada Keterbagian

Makna keterbagian dalam hal ini yaitu “*habis dibagi*”

Pernyataan “*a habis dibagi b*”, ini berarti bahwa:

- a kelipatan b

- a factor dari b
- b membagi a

jika p habis dibagi a dan q habis dibagi a , maka $(p+q)$ juga habis dibagi a . Sebagai contoh: 4 habis dibagi 2 dan 6 habis dibagi 2, maka $(4+6)$ juga habis dibagi 2.

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

Dengan induksi matematika, buktikan bahwa $4^n - 1$ habis dibagi oleh 3 berlaku untuk semua n bilangan asli !

Penyelesaian:

❖ Langkah Basis

Akan dibuktikan $P(n)$ benar untuk $n = 1$

$$4^1 - 1 = 4 - 1 = 3$$

3 habis dibagi oleh 3

Jadi, rumus $P(n)$ benar untuk $n=1$

❖ Langkah Induksi

Andaikan $P(n)$ benar untuk $n = k$ maka diperoleh $4^k - 1$ habis dibagi oleh 3. Oleh karena $4^k - 1$ habis dibagi oleh 3, maka $4^k - 1$ dapat dinyatakan sebagai $4^k - 1 = 3p$ dengan p sembarang bilangan asli.

Akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ bernilai benar untuk $n = k+1$.

Untuk $n = k+1$ diperoleh:

$$\begin{aligned} 4^{k+1} - 1 &= 4 \cdot 4^k - 1 \\ &= 4 \cdot 4^k - 4 + 4 - 1 \\ &= 4 \underbrace{(4^k - 1)}_{P(k)} + 3 \\ &= 4(3p) + 3 = \underbrace{3(4p + 1)}_{\text{habis dibagi 3}} \end{aligned}$$

Oleh karena Langkah Basis dan Langkah Induksi terpenuhi maka terbukti bahwa $4^n - 1$ habis dibagi oleh 3 untuk semua n bilangan asli.

c. Penerapan Induksi Matematika pada Ketidaksamaan

Dalam penerapan induksi matematika pada ketidaksamaan perlu diperhatikan sifat-sifat ketidaksamaan berikut.

- Jika $a < b$ dan $b < c$, maka $a < c$ (sifat transitif)
- Jika $a < b$ dan $c \in R$, maka $a + c < b + c$
- Jika $a < b$ dan $c > 0$, maka $ac < bc$
- Jika $a < b$ dan $c < 0$, maka $ac > bc$

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

Dengan induksi matematika, buktikan bahwa $n < 2^n$ untuk setiap bilangan asli n !

Penyelesaian:

❖ Langkah Basis

Akan dibuktikan $P(n)$ benar untuk $n = 1$

$$1 < 2^1 \Leftrightarrow 1 < 2 \text{ (benar)}$$

Jadi, rumus $P(n)$ benar untuk $n=1$

❖ Langkah Induksi

Andaikan $P(n)$ benar untuk $n = k$ sehingga $k < 2^k$.

Akan ditunjukkan rumus $P(n)$ benar juga untuk $n = k+1$

$$k + 1 < 2^{k+1}$$

Untuk menunjukkan bahwa pernyataan tersebut benar untuk sembarang bilangan asli k , tambahkan 1 ke dalam kedua ruas.

$$k + 1 < 2^k + 1 \leq 2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1}$$

Oleh karena Langkah Basis dan Langkah Induksi dapat diselesaikan, maka terbukti bahwa $n < 2^n$ benar untuk setiap bilangan asli n .

E. Metode Pembelajaran

1. Model : *Flipped Classroom* Berbasis Proyek
2. Pendekatan : Saintifik
3. Metode : Diskusi, Tanya Jawab, Penugasan Proyek, Presentasi

F. Media, Alat, dan Sumber Pembelajaran

1. Media : *Google Classroom*, LKPD (Lembar Kerja Peserta Didik)
2. Alat : Papan tulis, Spidol, Penghapus papan
3. Sumber : Buku Siswa dan Buku Guru Matematika Kelas XI SMA Kurikulum 2013 oleh Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan RI, Buku Belajar Prakts Matematika SMA/MA Kelas XI Semester 1 terbitan CV VIVA PAKARINDO dan sumber belajar lain yang relevan (Internet)

H. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

Tahapan	Sintaks Pembelajaran Berbasis Proyek	Kegiatan Pembelajaran		Waktu
		Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	
Sebelum Pembelajaran Dikelas (<i>online</i>)				
	<p>Penentuan pertanyaan mendasar</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memberikan pertanyaan mendasar terkait dengan proyek yang akan diberikan. 2. Guru mengunggah materi pembelajaran dan LKPD berbasis proyek pada <i>google classroom</i>. 3. Guru membagi siswa menjadi 5 kelompok. 	<p>Mengamati</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa mengamati apa yang disampaikan oleh guru. 2. Siswa mengakses materi dan LKPD berbasis proyek pada <i>google classroom</i>. 3. Siswa mengikuti arahan sesuai intruksi yang diberikan guru. <p>Mengumpulkan Informasi</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. Siswa menggali informasi dengan kelompok masing- 	
	<p>Mendesain perencanaan proyek</p>	<ol style="list-style-type: none"> 4. Guru mengarahkan agar siswa menggali informasi mengenai 		

	Menyusun Jadwal	tugas proyek yang diberikan. 5. Guru mengarahkan siswa untuk mulai membuat penjadwalan pengerjaan tugas proyek yang diberikan.	masing, mengenai proyek yang diberikan. 5. Siswa mulai membuat penjadwalan pengerjaan tugas proyek yang diberikan.	
Pembelajaran Dikelas				
Pendahuluan		<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru membuka pembelajaran dengan salam dan doa. 2. Guru melakukan absensi kehadiran siswa sebagai sikap disiplin. 3. Guru mengingatkan kembali materi sebelumnya sebagai prasyarat untuk memulai materi baru. 4. Guru memberikan sedikit pemahaman terkait tugas proyek yang disampaikan sebelum pembelajaran dikelas, memberikan motivasi, dan menyampaikan 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa menjawab salam dan doa dari guru. 2. Siswa menyatakan kehadiran dan mempersiapkan diri untuk memulai pembelajaran. <p style="text-align: center;">Mengamati</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Siswa mengamati apa yang disampaikan guru dan mengingat kembali materi sebelumnya. 4. Siswa memperhatikan penjelasan guru mengenai tugas proyek yang telah didiskusikan sebelum pembelajaran dikelas. 	60 menit

		<p>manfaat dari materi yang ada pada proyek.</p> <p>5. Guru mempersilahkan siswa untuk duduk sesuai dengan kelompoknya .</p>	<p>5. Siswa duduk sesuai dengan kelompoknya.</p>	
Kegiatan Inti	Memonitoring peserta didik dan kemajuan proyek	<p>1. Guru membagikan LKPD berbasis proyek yang sebelumnya sudah dikirimkan melalui <i>google classroom</i> pada masing-masing kelompok.</p> <p>2. Guru mengarahkan siswa untuk berdiskusi dan mendalami informasi yang telah dicari sebelum pembelajaran dikelas untuk mengerjakan tugas proyek yang diberikan.</p> <p>3. Guru melakukan monitoring pada masing-masing kelompok, dan memberikan arahan kepada siswa apabila ada kesalahan dalam pengerjaan proyek.</p>	<p>1. Masing-masing kelompok menerima LKPD berbasis proyek yang diberikan guru.</p> <p style="text-align: center;">Mencoba dan menanya</p> <p>2. Masing-masing kelompok berdiskusi dan mendalami informasi yang telah diperoleh sebelumnya.</p> <p>3. Masing-masing kelompok mengerjakan tugas proyek yang diberikan guru.</p>	
Setelah Pembelajaran Dikelas				

<p>Penutup</p>	<p>Penilaian hasil</p> <p>Mengevaluasi pengalaman</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Setelah tugas proyek selesai, guru mempersilahkan perwakilan masing-masing kelompok untuk mempresentasikan hasil proyek (produk). 2. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk menyampaikan pengalaman belajar yang diperoleh selama pembelajaran dan pengerjaan tugas proyek pada pertemuan tersebut. 3. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya. 4. Guru memimpin doa dan mengakhiri pembelajaran 	<p>Mengomunikasikan</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Masing-masing perwakilan kelompok mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya. 2. Siswa menyampaikan pengalaman selama proses pembelajaran dan pengerjaan tugas proyek yang diberikan. 3. Siswa mendengarkan informasi yang disampaikan oleh guru. 4. Siswa berdoa dan memberi salam untuk mengakhiri pembelajaran 	<p>15 menit</p>
-----------------------	---	--	--	------------------------

I. Penilaian Harian Pembelajaran

Aspek Penilaian : Kognitif, Afektif, dan Psikomotorik

1. Aspek Kognitif

- a) Teknik penilaian : Tes tertulis
- b) Bentuk instrument : Lembar kopetensi pengetahuan / kuis (Terlampir)
- c) Waktu penilaian : Akhir pembelajaran

2. Aspek Afektif

- a) Teknik penilaian : Non tes
- b) Bentuk Instrumen : Lembar observasi sikap (Terlampir)

c) Waktu penilaian : Selama proses pembelajaran

3. Aspek Psikomotorik

a) Teknik penilaian : Non tes

b) Bentuk Instrumen : Lembar observasi keterampilan (Terlampir)

c) Waktu penilaian : Pada saat dan setelah pembelajaran

Mengetahui,
Guru Pamong

Bangli, 18 Juli 2022

Mahasiswa,

Desak Ayu Ike Laksmeny, S.Pd

NIP. 198111012006042025

Komang Novitayanti

NIM. 1813011048



Mengetahui,
Kepala SMA Negeri 1 Susut

I Dewa Gede Anom, S.Pd.,M.Pd

NIP.197110171995121002

Kompetensi Pengetahuan (Kuis)

Kuis 1

Satuan Pendidikan	: SMA
Mata Pelajaran	: Matematika Wajib
Pokok Bahasan	: Notasi Sigma
Alokasi Waktu	: 20 Menit

Petunjuk:

1. Tulislah terlebih dahulu nama, no absen, dan kelas pada lembar jawaban anda.
2. Bacalah soal dengan teliti, jika ada soal yang kurang jelas tanyakan pada guru atau pengawas.
3. Kerjakan soal yang mudah terlebih dahulu.
4. Periksa kembali jawaban yang telah dikerjakan.

Soal:

1. Buktikan kebenaran hubungan berikut

a.
$$\sum_{i=1}^5 3i + \sum_{i=6}^n 3i = \sum_{i=1}^n 3i$$

b.
$$\sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + n$$

2. Dengan sebuah pertunjukkan disediakan beberapa barisan kursi. Barisan pertama terdapat 7 orang penonton, barisan kedua 9 orang penonton, barisan ketiga 11 orang penonton dan barisan terakhir terdapat 25 orang penonton. Jika barisan kursi tersebut diurutkan akan membentuk suatu barisan bilangan. Tentukan notasi sigma dari barisan tersebut!

Kunci Jawaban Kuis

Soal	Jawaban yang Diharapkan	Skor
1. Buktikan kebenaran hubungan berikut a. $\sum_{i=1}^5 3i + \sum_{i=6}^n 3i = \sum_{i=1}^n 3i$	Sesuai dengan sifat notasi sigma yaitu $\sum_{i=1}^m u_i + \sum_{i=m+1}^n u_i = \sum_{i=1}^n u_i$ maka $\sum_{i=1}^5 3i + \sum_{i=6}^n 3i = \sum_{i=1}^n 3i$ (terbukti)	25
b. $\sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + n$	$\sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + n$	25

	<p>Buktikan ruas kiri sama dengan ruas kanan</p> $\sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = \sum_{k=1}^n (4k^2 - 4k + 1)$ $= \sum_{k=1}^n 4k^2 - \sum_{k=1}^n 4k + \sum_{k=1}^n 1$ $= 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + n$ <p>Jadi terbukti bahwa</p> $\sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + n$	
<p>2. Dengan sebuah pertunjukkan disediakan beberapa barisan kursi. Barisan pertama terdapat 7 orang penonton, barisan kedua 9 orang penonton, barisan ketiga 11 orang penonton dan barisan terakhir terdapat 25 orang penonton. Jika barisan kursi tersebut diurutkan akan membentuk suatu barisan bilangan. Tentukan notasi sigma dari barisan tersebut!</p>	<p>Barisan penonton dari ilustrasi tersebut yaitu 7, 9, 11,.....,25 Diketahui: $a = 7$ $b = 2$ $U_n = 25$ $U_n = a + (n-1)b$ $= 7 + (n-1)2$ $= 7 + 2n - 2$ $= 2n + 5$ Batas atas : $25 = 2n + 5$ $25 - 5 = 2n$ $20 = 2n$ $n = 10$ Jadi, notasi sigma dari barisan kursi tersebut adalah $\sum_{n=1}^{10} (2n + 5)$</p>	<p>50</p>

Kuis 2

Satuan Pendidikan	: SMA
Mata Pelajaran	: Matematika Wajib
Pokok Bahasan	: Induksi Matematika
Alokasi Waktu	: 20 Menit

Petunjuk:

1. Tulislah terlebih dahulu nama, no absen, dan kelas pada lembar jawaban anda.
2. Bacalah soal dengan teliti, jika ada soal yang kurang jelas tanyakan pada guru atau pengawas.
3. Kerjakan soal yang mudah terlebih dahulu.
4. Periksa kembali jawaban yang telah dikerjakan.

Soal:

1. Gunakan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran pernyataan berikut
 - a. $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}$
 - b. $\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
2. Dengan induksi matematika buktikan bahwa $9^n - 1$ habis dibagi 8 untuk sembarang bilangan asli n !
3. Buktikan dengan induksi matematika $(n + 1)^n < 2n^2$ untuk semua bilangan positif $n \geq 3$!

Lembar Observasi Sikap

c. Sikap Spiritual

No.	Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Butir Instrumen	Waktu Pelaksanaan	Keterangan
1.	Observasi	Lembar observasi (Jurnal)	<p>a) berdoa sebelum dan sesudah melakukan kegiatan</p> <p>b) menjalankan ibadah sesuai dengan agamanya</p> <p>c) memberi salam pada saat awal dan akhir kegiatan</p> <p>d) bersyukur atas nikmat dan karunia Tuhan Yang Maha Esa</p> <p>e) mensyukuri kemampuan siswa dalam mengendalikan diri</p> <p>f) bersyukur ketika berhasil mengerjakan sesuatu</p> <p>g) berserah diri (tawakal) kepada Tuhan setelah berikhtiar atau berusaha</p> <p>h) memelihara hubungan baik sesama umat ciptaan Tuhan Yang Maha Esa sebagai bangsa Indonesia</p> <p>i) bersyukur kepada Tuhan Yang Maha Esa sebagai bangsa Indonesia</p>	Saat pembelajaran berlangsung	Penilaian untuk dan pencapaian pembelajaran

No.	Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Butir Instrumen	Waktu Pelaksanaan	Keterangan
			j) menghormati orang lain yang menjalankan ibadah sesuai agamanya		

d. Sikap Sosial

No	Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Butir Instrumen	Waktu Pelaksanaan	Keterangan
1	Observasi	Jurnal	a) tidak menyontek dalam mengerjakan ujian/ulangan b) patuh pada tertib atau aturan bersama/sekolah c) mengakui dan meminta maaf atas kesalahan yang dilakukan d) tidak menyela pembicaraan pada waktu yang tidak tetap e) berani berpendapat, bertanya, atau menjawab pertanyaan f) membantu orang yang memerlukan	Saat pembelajaran berlangsung	Penilaian untuk dan pencapaian pembelajaran

e. Jurnal Penilaian Sikap Spritual dan Sosial

No	Hari/Tanggal	Nama Peserta Didik	Catatan Perilaku	Butir Sikap	Ttd	Tindak Lanjut

Lembar Observasi Keterampilan

No.	Teknik	Bentuk Instrumen	Waktu Pelaksanaan	Keterangan
1	Tertulis	Sampel produk terbaik dari tugas atau proyek (terlampir)	Saat pembelajaran usai	Penilaian pembelajaran dan sebagai data untuk penulisan deskripsi pencapaian keterampilan

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) BERBASIS PROYEK



Mata Pelajaran : Matematika Wajib
Materi Pokok : Induksi Matematika
Sub Materi : Prinsip Induksi Matematika
Alokasi Waktu : 3 x Pertemuan
Kelas : XI MIPA 3



IDENTITAS KELOMPOK

Nama Kelompok :

Nam Anggota Kelompok (No Absen):

1.
2.
3.
4.
5.



PETUNJUK PENGGUNAAN LKPD

1. Isilah nama anggota kelompok pada tempat yang telah disediakan.
2. Bacalah dengan teliti setiap petunjuk yang ada pada LKPD.
3. Pahami dengan baik apa yang diperintahkan.
4. Kerjakan proyek sesuai dengan petunjuk yang diberikan.
5. Lakukan diskusi dengan kelompok
6. Tanyakan kepada guru jika masih terdapat kesulitan.

PROYEK 2



Pertanyaan Mendasar

Tahukah kalian, dalam kehidupan sehari-hari kita sering menjumpai permasalahan yang penerapannya menggunakan prinsip induksi matematika. Contohnya barisan kursi, penarikan uang pada mesin ATM dan lain sebagainya.



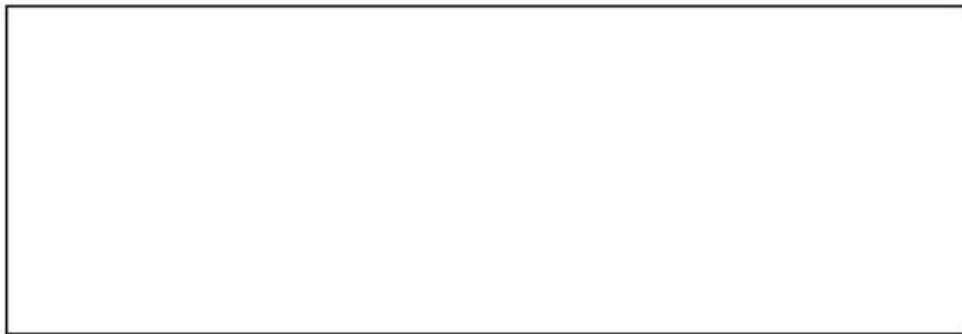
Merancang Proyek

1. Carilah masalah dalam kehidupan sehari-hari yang penerapannya menggunakan prinsip induksi matematika!

2. Buktikanlah permasalahan tersebut dengan induksi matematika!

3. Dari permasalahan yang telah kalian temukan, buatlah sebuah poster yang menggambarkan permasalahan tersebut! (Buatlah semenarik mungkin)!

Contoh: Poster Manual (dibuat dengan tangan menggunakan alat tulis) atau Poster Digital (dibuat dengan bantuan aplikasi / program desain grafis)



4. Gambarlah sketsa poster yang akan kalian buat!



5. Deskripsikanlah alat dan bahan yang akan digunakan dalam pembuatan proyek rancangan poster!

Deskripsi yang dimaksud adalah alat dan bahan yang kehadirannya sangat mempengaruhi penyelesaian produk. Contohnya sebagai berikut:

Poster Manual (Buku Gambar, Pensil, Pulpen, Gunting, dll).

Poster Digital (Powerpoint, Desain Grafis, Canva, dll).

NO	NAMA ALAT / BAHAN	KEGUNAAN



Monitoring dan Menyusun Jadwal Aktivitas

Pengerjaan proyek diberikan waktu selama 3 minggu. Untuk memantau perkembangan proyek, silahkan masing-masing kelompok menyusun jadwal aktivitas berupa jurnal harian kegiatan. Analisislah waktu dan jadwal pembuatan proyek rancangan poster.

Contoh
Alokasi waktu : 07 Agustus 2022
Nama petugas : Putu Ayu Arista dewi
Hal yang dikerjakan : Mencari permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan barisan aritmatika

NO	ALOKASI WAKTU	NAMA PETUGAS	HAL YANG DIKERJAKAN



Penilaian Produk

Penilaian dilakukan ketika masing-masing kelompok telah mengumpulkan hasil kerja proyek berupa poster beserta penyelesaiannya dan mempresentasikan hasil kerja pada pembelajaran tatap muka di depan kelas.



Penilaian Produk

Setelah mengerjakan proyek diatas, pengalaman apa saja yang kalian dapatkan selama penyelesaian proyek? coba berikan simpulan tentang apa yang telah kalian pelajari!

--

A. Pedoman Penskoran LKPD

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah skor}}{\text{skor maksimal}} \times 100$$

Nilai dapat dikualifikasikan dalam predikat sebagai berikut

SB = Sangat Baik dengan interval 80-100 (3,20 - 4,00)

B = Baik dengan interval 70-79 (2,80 - 3,19)

C = Cukup dengan interval 60-69 (2,40 - 2,79)

K = Kurang dengan intervalnya < 60 (<2,40)

B. Rubrik Penilaian LKPD

No	Penyelesaian	Skor
1	Permasalahan diidentifikasi secara tepat, konsep yang dipilih untuk memecahkan masalah tepat, hubungan antara konsep dideskripsikan secara jelas dan logis, dan argumentasi yang disajikan mendalam	4
2	Permasalahan diidentifikasi secara tepat, konsep yang dipilih untuk memecahkan masalah tepat, hubungan antara konsep dideskripsikan secara jelas dan logis, dan argumentasi yang disajikan kurang mendalam	3
3	Permasalahan diidentifikasi secara tepat, konsep yang dipilih untuk memecahkan masalah tepat, hubungan antara konsep tidak dideskripsikan secara jelas dan logis, dan argumentasi yang disajikan kurang mendalam	2
4	Permasalahan diidentifikasi secara tepat, konsep yang dipilih untuk memecahkan masalah tidak tepat, hubungan antara konsep tidak dideskripsikan secara jelas dan logis, dan argumentasi yang disajikan kurang mendalam	1
5	Permasalahan tidak diidentifikasi secara tepat, konsep yang dipilih untuk memecahkan masalah tidak tepat, hubungan antara konsep tidak dideskripsikan secara jelas dan logis, dan argumentasi yang disajikan kurang mendalam	0

Lampiran 14. RPP Kelas Kontrol

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP KELAS KONTROL)

Satuan Pendidikan	: SMA/MA
Kelas / Semester	: XI/Genap
Mata Pelajaran	: Matematika Wajib
Materi Pokok	: Induksi Matematika
Alokasi Waktu	: 8 x Pertemuan (16 JP)

A. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati agama yang dianutnya
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar		Indikator Pencapaian Kompetensi	
3.1	Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian, dengan induksi matematika.	3.1.1	Menjelaskan notasi sigma dan memahami sifat-sifat notasi sigma
		3.1.2	Menjelaskan prinsip induksi matematika.
		3.1.3	Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan,

			ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika
4.1	Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian.	4.1.1	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan.
		4.1.2	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan keterbagian bilangan.
		4.1.3	Menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan ketidaksamaan bilangan.

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini diharapkan:

1. Peserta didik dapat menjelaskan notasi sigma dan memahami sifat-sifat notasi sigma
2. Peserta didik dapat menjelaskan dan memahami konsep prinsip induksi matematika.
3. Peserta didik mampu menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, keterbagian dan ketidaksamaan dengan induksi matematika
4. Peserta didik dapat menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan.
5. Peserta didik dapat menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan keterbagian bilangan.
6. Peserta didik mampu menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan ketidaksamaan bilangan.

D. Materi Pembelajaran

NOTASI SIGMA

1. Notasi Sigma

Σ (Penjumlahan)

Suatu penjumlahan berurutan dapat dituliskan secara ringkas menggunakan notasi yang disebut notasi sigma dan dilambangkan dengan tanda Σ .

Langkah-langkah menyatakan penjumlahan berurutan menjadi notasi sigma adalah sebagai berikut:

- Mencari batas bawah dan batas atas.
- Mencari rumus suku umum dari suatu penjumlahan.

Secara umum dapat dituliskan: $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = \sum_{i=1}^n u_i$ dengan batas

bawah 1 dan batas atas n. Pada deret aritmatika, jumlah n suku pertama dapat dituliskan dengan notasi sigma sebagai berikut:

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1)b) = \sum_{i=1}^n (a + (n - 1)b)$$

Pada deret geometri, jumlah n suku pertama dapat dituliskan dengan notasi sigma

sebagai berikut: $S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \sum_{i=1}^n ar^{i-1}$

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

- 1) Nyatakan $\sum_{i=1}^8 (2i + 3)$ ke dalam bentuk penjumlahan biasa!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^8 (2i + 3) &= \left((2(1) + 3) + (2(2) + 3) + (2(3) + 3) + (2(4) + 3) \right. \\ &\quad \left. + (2(5) + 3) + (2(6) + 3) + (2(7) + 3) + (2(8) + 3) \right) \\ &= 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 \end{aligned}$$

- 2) Tulislah penjumlahan $6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21$ dalam notasi sigma!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= 6 = 3 \times 2 = 3(1+1) \\
 u_2 &= 9 = 3 \times 3 = 3(2+1) \\
 u_3 &= 12 = 3 \times 4 = 3(3+1) \\
 u_4 &= 15 = 3 \times 5 = 3(4+1) \\
 u_5 &= 18 = 3 \times 6 = 3(5+1) \\
 u_6 &= 21 = 3 \times 7 = 3(6+1) \\
 u_n &= 3(n+1)
 \end{aligned}$$

Rumus suku umumnya adalah $u_n = 3(n+1)$

Batas bawah penjumlahan 1 dan batas atas penjumlahan 6

Jadi, notasi sigma dari $6+9+12+15+18+21$ adalah $\sum_{i=1}^6 3(i+1)$

3) Buktikan bahwa $\sum_{i=1}^n (2i+3)^2 = 4\sum_{i=1}^n i^2 + 12\sum_{i=1}^n i + 9n!$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n (2i+3)^2 &= \sum_{i=1}^n (4i^2 + 12i + 9) \\
 &= \sum_{i=1}^n 4i^2 + \sum_{i=1}^n 12i + \sum_{i=1}^n 9 \\
 &= 4\sum_{i=1}^n i^2 + 12\sum_{i=1}^n i + 9n
 \end{aligned}$$

2. Sifat-Sifat Notasi Sigma

Berikut adalah sifat-sifat notasi sigma.

g. $\sum_{i=1}^n A = nA$, dengan A suatu konstanta

h. $\sum_{i=1}^n ku_i = k\sum_{i=1}^n u_i$

i. $\sum_{i=1}^n (u_i \pm v_i) = \sum_{i=1}^n u_i \pm \sum_{i=1}^n v_i$

j. $\sum_{i=1}^n (u_i \pm v_i)^2 = \sum_{i=1}^n u_i^2 \pm 2\sum_{i=1}^n u_i \cdot v_i + \sum_{i=1}^n v_i^2$

k. $\sum_{i=1}^m u_i + \sum_{i=m+1}^n u_i = \sum_{i=1}^n u_i$, dengan $m < n$

$$1. \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=0}^{n-1} u_{i+1} = \sum_{i=2}^{n+1} u_{i-1}$$

PRINSIP INDUKSI MATEMATIKA

1. Prinsip Induksi Matematika

❖ Pengertian Induksi Matematika

Induksi matematika merupakan metode untuk membuktikan bahwa suatu sifat yang didefinisikan pada bilangan asli n adalah bernilai benar untuk semua nilai n yang lebih besar atau sama dengan sebuah bilangan asli tertentu. Dengan induksi matematika kita dapat melakukan pembuktian kebenaran suatu pernyataan matematika yang berhubungan dengan bilangan asli, tetapi bukan untuk menemukan suatu formula atau rumus.

❖ Prinsip Induksi Matematika

Misalkan $P(n)$ merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pembuktian rumus atau sifat $P(n)$ berlaku untuk semua bilangan asli n dengan induksi matematika dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

c. Langkah Awal (Basis)

Tunjukkan bahwa rumus $P(n)$ benar untuk $n = 1$ atau $P(1)$ benar.

d. Langkah Induksi

Tunjukkan bahwa jika rumus $P(n)$ benar untuk $n = k$, maka rumus $P(n)$ juga benar untuk $n = k+1$ atau jika $P(k)$ benar, maka $P(k+1)$ benar untuk setiap k bilangan asli.

2. Penerapan Induksi Matematika

Induksi matematika dapat diterapkan pada barisan bilangan, keterbagian, dan ketidaksamaan.

a. Penerapan Induksi Matematika pada Barisan Bilangan

Diketahui barisan bilangan $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$. Jumlah n suku pertama barisan bilangan adalah $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

Buktikan bahwa $7 + 9 + 11 + \dots + (2n + 5) = n^2 + 6n$ berlaku untuk semua n bilangan asli !

Penyelesaian:

❖ Langkah Basis

Akan dibuktikan $P(n)$ benar untuk $n = 1$

$$2(1) + 5 = 1^2 + 6(1) \Leftrightarrow 7 = 7$$

Jadi, rumus $P(n)$ benar untuk $n=1$

❖ Langkah Induksi

Andaikan $P(n)$ benar untuk $n = k$ sehingga :

$$P(k) = 7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5) = k^2 + 6k$$

Selanjutnya akan dibuktikan $P(n)$ bernilai benar untuk $n = k+1$ sehingga

$$P(k+1) = 7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5) + (2(k+1) + 5) = (k+1)^2 + 6(k+1)$$

Karena $P(k) = 7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5) = k^2 + 6k$ adalah pernyataan yang benar, maka dari ruas kiri $P(k+1)$ diperoleh :

$$\begin{aligned} 7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5) + (2(k+1) + 5) &= \underbrace{7 + 9 + 11 + \dots + (2k + 5)}_{P(k)} + (2(k+1) + 5) \\ &= (k^2 + 6k) + (2(k+1) + 5) \\ &= k^2 + 6k + 2k + 7 \\ &= k^2 + 8k + 7 \\ &= (k^2 + 2k + 1) + (6k + 6) \\ &= (k+1)^2 + 6(k+1) \end{aligned}$$

[Ruas Kanan Terbukti]

Oleh karena Langkah Basis dan Langkah Induksi bernilai benar maka terbukti bahwa $7 + 9 + 11 + \dots + (2n + 5) = n^2 + 6n$ berlaku untuk semua n bilangan asli.

b. Penerapan Induksi Matematika pada Keterbagian

Makna keterbagian dalam hal ini yaitu “*habis dibagi*”

Pernyataan “*a habis dibagi b*”, ini berarti bahwa:

- a kelipatan b

- a factor dari b
- b membagi a

jika p habis dibagi a dan q habis dibagi a , maka $(p+q)$ juga habis dibagi a .

sebagai contoh: 4 habis dibagi 2 dan 6 habis dibagi 2, maka $(4+6)$ juga habis dibagi 2.

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

Dengan induksi matematika, buktikan bahwa $4^n - 1$ habis dibagi oleh 3 berlaku untuk semua n bilangan asli !

Penyelesaian:

❖ Langkah Basis

Akan dibuktikan $P(n)$ benar untuk $n = 1$

$$4^1 - 1 = 4 - 1 = 3$$

3 habis dibagi oleh 3

Jadi, rumus $P(n)$ benar untuk $n=1$

❖ Langkah Induksi

Andaikan $P(n)$ benar untuk $n = k$ maka diperoleh $4^k - 1$ habis dibagi oleh 3. Oleh karena $4^k - 1$ habis dibagi oleh 3, maka $4^k - 1$ dapat dinyatakan sebagai $4^k - 1 = 3p$ dengan p sembarang bilangan asli.

Akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ bernilai benar untuk $n = k+1$.

Untuk $n = k+1$ diperoleh:

$$\begin{aligned} 4^{k+1} - 1 &= 4 \cdot 4^k - 1 \\ &= 4 \cdot 4^k - 4 + 4 - 1 \\ &= 4(4^k - 1) + 3 \\ &= 4(\underbrace{4^k - 1}_{P(k)}) + 3 \\ &= 4(3p) + 3 = \underbrace{3(4p + 1)}_{\text{habis dibagi 3}} \end{aligned}$$

Oleh karena Langkah Basis dan Langkah Induksi terpenuhi maka terbukti bahwa $4^n - 1$ habis dibagi oleh 3 untuk semua n bilangan asli.

c. Penerapan Induksi Matematika pada Ketidaksamaan

Dalam penerapan induksi matematika pada ketidaksamaan perlu diperhatikan sifat-sifat ketidaksamaan berikut.

- Jika $a < b$ dan $b < c$, maka $a < c$ (sifat transitif)
- Jika $a < b$ dan $c \in R$, maka $a + c < b + c$
- Jika $a < b$ dan $c > 0$, maka $ac < bc$
- Jika $a < b$ dan $c < 0$, maka $ac > bc$

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

Dengan induksi matematika, buktikan bahwa $n < 2^n$ untuk setiap bilangan asli n !

Penyelesaian:

❖ Langkah Basis

Akan dibuktikan $P(n)$ benar untuk $n = 1$

$$1 < 2^1 \Leftrightarrow 1 < 2 \text{ (benar)}$$

Jadi, rumus $P(n)$ benar untuk $n=1$

❖ Langkah Induksi

Andaikan $P(n)$ benar untuk $n = k$ sehingga $k < 2^k$.

Akan ditunjukkan rumus $P(n)$ benar juga untuk $n = k+1$

$$k + 1 < 2^{k+1}$$

Untuk menunjukkan bahwa pernyataan tersebut benar untuk sembarang bilangan asli k , tambahkan 1 ke dalam kedua ruas.

$$k + 1 < 2^k + 1 \leq 2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1}$$

Oleh karena Langkah Basis dan Langkah Induksi dapat diselesaikan, maka terbukti bahwa $n < 2^n$ benar untuk setiap bilangan asli n .

E. Metode Pembelajaran

1. Model : *Discovery Learning*
2. Pendekatan : Saintifik
3. Metode : Diskusi, Tanya Jawab dan Penugasan

F. Media, Alat, dan Sumber Pembelajaran

1. Media : *Google Classroom*, LKPD (Lembar Kerja Peserta Didik)
2. Alat : Papan tulis, Spidol, Penghapus papan

3. Sumber : Buku Siswa dan Buku Guru Matematika Kelas XI SMA Kurikulum 2013 oleh Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan RI, Buku Belajar Praktis Matematika SMA/MA Kelas XI Semester 1 terbitan CV VIVA PAKARINDO dan sumber belajar lain yang relevan (Internet)

H. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

Tahapan	Sintaks <i>Discovery Learning</i>	Kegiatan Pembelajaran		Waktu
		Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	
Pendahuluan		1. Guru membuka pembelajaran dengan salam dan doa 2. Guru melakukan absensi kehadiran siswa sebagai sikap disiplin 3. Guru mengingatkan kembali materi sebelumnya sebagai prasyarat untuk memulai materi baru 4. Guru menyampaikan sedikit penjelasan	1. Siswa menjawab salam dan doa untuk memulai pembelajaran 2. Siswa menyatakan kehadiran dan mempersiapkan diri untuk memulai pembelajaran Mengamati 3. Siswa mengamati apa yang disampaikan guru dan mengingat kembali materi sebelumnya Mengamati dan Menanya 4. Siswa memperhatikan penjelasan guru dan bertanya jika ada yang belum dipahami	

		<p>terkait materi yang akan diberikan, memberikan motivasi dan menjelaskan manfaat dari materi yang akan dipelajari</p> <p>5. Guru mengarahkan siswa untuk membentuk kelompok</p>	<p>5. Siswa membentuk kelompok dan duduk sesuai dengan kelompoknya</p>	
Kegiatan Inti	Stimulation	<p>1. Guru memberikan stimulus atau rangsangan berkaitan dengan materi yang akan dibahas</p> <p>2. Guru memberikan intruksi kepada siswa untuk membaca materi pada bahan ajar</p> <p>3. Guru memberikan penjelasan mengenai materi pembelajaran</p>	Mengamati	<p>1. Siswa mencermati informasi yang diberikan oleh guru</p> <p>2. Siswa pada masing-masing kelompok membaca bahan ajar sesuai intruksi dari guru</p> <p>3. Siswa memperhatikan penjelasan dari guru</p>
	Problem Statement	<p>1. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengidentifikasi sebanyak</p>	<p>1. Siswa pada masing-masing kelompok mengidentifikasi pernyataan yang berkaitan dengan stimulus yang diberikan</p>	

		<p>2. Guru memberikan pertanyaan kepada siswa terkait dengan stimulus yang diberikan</p>	<p>2. Siswa pada masing-masing kelompok memperhatikan penyampaian dari guru</p>	
	Data Collection	<p>1. Guru mengintruksikan siswa untuk mengumpulkan informasi untuk menjawab pertanyaan</p>	<p>Mengumpulkan Informasi</p> <p>1. Siswa pada masing-masing kelompok mengumpulkan informasi dari berbagai sumber untuk menjawab pertanyaan yang diberikan</p>	
	Data Prosesing	<p>1. Guru mengintruksikan siswa untuk berdiskusi dengan kelompoknya untuk mengolah informasi yang telah diperoleh</p>	<p>Mengolah Informasi</p> <p>1. Siswa pada masing-masing kelompok berdiskusi untuk mengolah informasi yang telah diperoleh</p>	
	Verification	<p>1. Guru memberikan kesempatan pada masing-masing kelompok untuk menjawab pertanyaan yang diberikan</p>	<p>Mengomunikasikan</p> <p>1. Maisng-masing kelompok menjawab pertanyaan yang diberikan</p>	
Penutup	Generalization	<p>1. Guru memberikan</p>	<p>1. Perwakilan pada masing-masing</p>	

		<p>kesempatan kepada siswa untuk menyimpulkan terkait pembelajaran yang diperoleh dari masing-masing kelompok</p> <p>2. Guru memimpin doa untuk mengakhiri kegiatan pembelajaran pada pertemuan tersebut</p>	<p>kelompok menyimpulkan pembelajaran yang diperoleh</p> <p>2. Siswa berdoa untuk mengakhiri kegiatan pembelajaran pada pertemuan tersebut</p>	
--	--	--	--	--

I. Penilaian Harian Pembelajaran

Aspek Penilaian : Kognitif, Afektif, dan Psikomotorik

1. Aspek Kognitif

1. Teknik penilaian : Tes tertulis
2. Bentuk instrument : Lembar kopetensi pengetahuan (Terlampir)
3. Waktu penilaian : Akhir pembelajaran

2. Aspek Afektif

- d) Teknik penilaian : Non tes
- e) Bentuk Instrumen : Lembar observasi sikap (Terlampir)
- f) Waktu penilaian : Selama proses pembelajaran

Mengetahui,
Guru Pamong

Desak Ayu Ike Laksmeny, S.Pd
NIP. 198111012006042025

Bangli, 18 Juli 2022
Mahasiswa,

Komang Novitayanti
NIM. 1813011048

Mengetahui,
Kepala SMA Negeri 1 Susut

I Dewa Gede Anom, S.Pd.,M.Pd

NIP.197110171995121002

Lembar Kompetensi Pengetahuan (Tugas Individu)

TUGAS I

Satuan Pendidikan :SMA
Mata Pelajaran : Matematika Wajib
Pokok Bahasan : Notasi Sigma

Soal:

1. Tentukan nilai dari $\sum_{a=3}^{44} (5a - 7) \dots$
2. Tentukan kebenaran pernyataan berikut
 - a. $\sum_{a=2}^{10} a = \sum_{a=3}^{11} (a-1)!$
 - b. $\sum_{k=6}^{12} k^2 = \sum_{k=1}^7 k^2 + 10 \sum_{k=1}^7 k + 175$
3. Tentukan notasi sigma dari deret berikut $5+11+17+23+\dots+47!$

TUGAS II

Satuan Pendidikan :SMA
Mata Pelajaran : Matematika Wajib
Pokok Bahasan : Induksi Matematika

Soal:

1. Gunakan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran pernyataan berikut
 - a. $\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
 - b. $3+11+19+\dots+(8n-5) = 4n^2 - n$
2. Dengan induksi matematika buktikan bahwa $7^n - 1$ habis dibagi 6 untuk sembarang bilangan asli n!
3. Buktikan dengan induksi matematika $3^n \geq 2n + 1$ untuk setiap n bilangan asli!

Lampiran Lembar Observasi Sikap

a. Sikap Spiritual

No.	Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Butir Instrumen	Waktu Pelaksanaan	Keterangan
1.	Observasi	Lembar observasi (Jurnal)	<p>k) berdoa sebelum dan sesudah melakukan kegiatan</p> <p>l) menjalankan ibadah sesuai dengan agamanya</p> <p>m) memberi salam pada saat awal dan akhir kegiatan</p> <p>n) bersyukur atas nikmat dan karunia Tuhan Yang Maha Esa</p> <p>o) mensyukuri kemampuan siswa dalam mengendalikan diri</p> <p>p) bersyukur ketika berhasil mengerjakan sesuatu</p> <p>q) berserah diri (tawakal) kepada Tuhan setelah berikhtiar atau berusaha</p> <p>r) memelihara hubungan baik sesama umat ciptaan Tuhan Yang Maha Esa sebagai bangsa Indonesia</p> <p>s) bersyukur kepada Tuhan Yang Maha</p>	Saat pembelajaran berlangsung	Penilaian untuk dan pencapaian pembelajaran

No.	Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Butir Instrumen	Waktu Pelaksanaan	Keterangan
			Esa sebagai bangsa Indonesia t) menghormati orang lain yang menjalankan ibadah sesuai agamanya		

b. Sikap Sosial

No	Teknik	Bentuk Instrumen	Contoh Butir Instrumen	Waktu Pelaksanaan	Keterangan
1	Observasi	Jurnal	g) tidak menyontek dalam mengerjakan ujian/ulangan h) patuh pada tertib atau aturan bersama/sekolah i) mengakui dan meminta maaf atas kesalahan yang dilakukan j) tidak menyela pembicaraan pada waktu yang tidak tetap k) berani berpendapat, bertanya, atau menjawab pertanyaan l) membantu orang yang memerlukan	Saat pembelajaran berlangsung	Penilaian untuk dan pencapaian pembelajaran

c. Jurnal Penilaian Sikap Spritual dan Sosial

No	Hari/Tanggal	Nama Peserta Didik	Catatan Perilaku	Butir Sikap	Ttd	Tindak Lanjut



Lampiran 15. Surat Keterangan Uji Coba Instrumen Penelitian



ပြည်ထောင်စုအစိုးရအဖွဲ့
PEMERINTAH PROVINSI BALI
ဝန်ကြီးဌာန
DINAS PENDIDIKAN KEPEMUDAAN DAN OLAH RAGA
မူလမြို့နယ်
SMA NEGERI 1 BANGLI
အမှတ် 36 ဂရုရောင်
အမှတ် 36 ဂရုရောင်
NPSN: 50102568 NSS: 301220701001
ကျေးဇူးတင်အောင်မြင်စွာ ဆက်သွယ်ပါက အောက်ဖော်ပြပါအချက်အလက်များကို ဆက်သွယ်ပါ။
Jalan Brigjen Ngurah Rai Nomor. 36 Bangli, Kode Pos : 80613, Telpon (0366) 91025
E-mail: smansaba_64@yahoo.co.id

SURAT – KETERANGAN
Nomor: 070 / 2163 / SMAN.1 BGL/2022

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : I WAYAN SUARYA, S.Pd.,M.Pd
N I P : 19720505 200012 1 006
Pangkat/Golongan : Pembina / IVa
Jabatan : Kepala Sekolah
Instansi : SMA Negeri 1 Bangli

MENERANGKAN

N a m a : Komang Novitayanti
N I M : 1813011048
Jurusan/Prodi : S1-Pendidikan Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
Universitas : Pendidikan Ganesha

Memang benar mahasiswa tersebut diatas telah mendapat ijin untuk pelaksanaan uji coba instrumen penelitian di kls MIPA 2 SMAN 1 Bangli dan telah mendapatkan data yang diperlukan untuk melengkapi persyaratan perkuliahan/ penyusunan skripsi . Pengambilan data - dilakukan pada tanggal 8 s/d 9 Agustus 2022.

Demikian surat keterangan ini kami buat dengan sebenarnya agar dapat digunakan sebagaimana mestinya.

Bangli, 09 Agustus 2022
Kepala Sekolah
SMA NEGERI 1 BANGLI
I WAYAN SUARYA, S.Pd.,M.Pd
19720505 200012 1 006

Lampiran 16. Surat Keterangan Pelaksanaan Penelitian

ပိတောက်ပြည်နယ်အစိုးရအဖွဲ့
PEMERINTAH PROVINSI BALI
မိန့်တော်အဖွဲ့အစည်းနှင့်ပညာရေး
DINAS PENDIDIKAN KEPEMUDAAN DAN OLAHRAGA
မိန့်တော်အဖွဲ့အစည်း
SMA NEGERI 1 SUSUT



ကျောင်းအလယ်ဗဟိုအဖွဲ့အစည်း
ပိတောက်မြို့၊ <http://www.sma1susutbangli.sch.id>
Jln. Putra Yudha Lumbuan, Susut, Bangli
Homepage : <http://www.sma1susutbangli.sch.id>

မိန့်တော်အဖွဲ့အစည်း
ပိတောက်မြို့၊ sma1susut@gmail.com
NPSN. 50102577 NSS. 302220901018
Email : sma1susut@gmail.com

ကျောင်းအလယ်ဗဟိုအဖွဲ့အစည်း
ပိတောက်မြို့၊ <http://www.sma1susutbangli.sch.id>
Telp. (0366) 91801
Kode Pos : 80661

SURAT-KETERANGAN

Nomor: B.31.423.3/1342/SMAN1SST/DIKPORA

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : I Dewa Gede Anom, S.Pd. M.Pd
NIP : 19711017 199512 1 002
Pangkat : Pembina / IVb
Jabatan : Kepala Sekolah
Instansi : SMA Negeri 1 Susut

Menerangkan dengan sebenarnya bahwa:

Nama : Komang Novitayanti
NIM : 1813011048
Jurusan : S1. Pendidikan Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas : Pendidikan Ganesha

Mengang benar yang tersebut diatas telah melaksanakan penelitian di kelas XI MIPA 2 dan XI MIPA 3 untuk melengkapi data Skripsi dengan judul “ Pengaruh Model *Flipped Classroom* Berbasis Proyek Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Matematika Siswa Sekolah Menengah Atas” yang dilaksanakan pada 18 Juli 2022 s.d 05 September 2022.

Demikian surat keterangan ini kami buat dengan sebenarnya, untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Bangli, 09 September 2022

 Ditandatangani secara elektronik oleh:
KEPALA SEKOLAH
I Dewa Gede Anom, S.Pd, M.Pd
NIP. 19711017 199512 1 002

Lampiran 17. Jurnal Kegiatan Pembelajaran Kelompok Eksperimen

JADWAL KEGIATAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA KELOMPOK EKSPERIMEN

No	Uraian Kegiatan	Waktu Penelitian	Kelas	Diketahui/ Disetujui Oleh	Keterangan
1.	Pra Penelitian - Menjelaskan kepada siswa kelas eksperimen mengenai proses pembelajaran yang akan dilaksanakan - Upload materi dan LKPD berbasis proyek pada <i>google classroom</i> .	Senin, 18 Juli 2022	XI MIPA 3	Desak Ayu Ike Laksmeny, S.Pd.	Terlaksana
1.	Pertemuan I - Menjelaskan konsep notasi sigma dan memahami sifat-sifat notasi sigma - Memonitoring pengerjaan proyek pada masing-masing kelompok	Selasa, 19 Juli 2022	XI MIPA 3	Desak Ayu Ike Laksmeny, S.Pd.	Terlaksana
2.	Pertemuan II - Menjelaskan konsep notasi sigma dan memahami sifat-sifat notasi sigma - Memonitoring pengerjaan proyek pada masing-masing kelompok	Senin, 25 Juli 2022	XI MIPA 3	Desak Ayu Ike Laksmeny, S.Pd.	Terlaksana
3.	Pertemuan III - Memonitoring hasil pengerjaan proyek pada	Senin, 1 Agustus 2022	XI MIPA 3	Desak Ayu Ike Laksmeny, S.Pd.	Terlaksana

	<p>masing-masing kelompok</p> <ul style="list-style-type: none"> - Presentasi hasil proyek (produk) untuk masing-masing kelompok - Kuis 				
4.	<p>Pertemuan IV</p> <ul style="list-style-type: none"> - Upload materi dan LKPD berbasis proyek pada <i>google classroom</i> - Menjelaskan dan memahami konsep prinsip induksi matematika - Mengidentifikasi metode pembuktian dengan induksi matematika - Memonitoring pengerjaan proyek pada masing-masing kelompok 	<p>Minggu, 7 Agustus 2022</p> <p>Senin, 8 Agustus 2022</p>	XI MIPA 3	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana
5.	<p>Pertemuan V</p> <ul style="list-style-type: none"> - Menjelaskan penerapan induksi matematika pada barisan bilangan dan menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan - Memonitoring pengerjaan proyek pada masing-masing kelompok 	Senin, 15 Agustus 2022	XI MIPA 3	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana
6.	<p>Pertemuan VI</p> <ul style="list-style-type: none"> - Menjelaskan penerapan induksi matematika pada keterbagian dan menerapkan prinsip induksi matematika 	Senin, 22 Agustus 2022	XI MIPA 3	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana

	<p>untuk membuktikan keterbagian bilangan</p> <ul style="list-style-type: none"> - Menjelaskan penerapan induksi matematika pada ketaksamaan dan menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan ketidaksamaan bilangan - Memonitoring pengerjaan proyek pada masing-masing kelompok 				
7.	<p>Pertemuan VII</p> <ul style="list-style-type: none"> - Memonitoring hasil pengerjaan proyek pada masing-masing kelompok - Presentasi hasil proyek (produk) untuk masing-masing kelompok - Kuis 	<p>Senin, 29 Agustus 2022</p>	<p>XI MIPA 3</p>	<p>Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.</p>	<p>Terlaksana</p>
8.	<p>Pertemuan VIII</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Post-tes</i> kemampuan berpikir kritis matematika siswa 	<p>Senin, 5 September 2022</p>	<p>XI MIPA 3</p>	<p>Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.</p>	<p>Terlaksana</p>



Lampiran 18. Jurnal Kegiatan Pembelajaran Kelompok Kontrol

JADWAL KEGIATAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA KELOMPOK KONTROL

No	Uraian Kegiatan	Waktu Penelitian	Kelas	Diketahui/ Disetujui Oleh	Keterangan
1.	Pertemuan I - Menjelaskan konsep notasi sigma	Kamis, 21 Juli 2022	XI MIPA 2	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana
2.	Pertemuan II - Memahami sifat-sifat notasi sigma	Jumat, 29 Juli 2022	XI MIPA 2	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana
3.	Pertemuan III - Menjelaskan dan memahami konsep prinsip induksi matematika	Jumat, 5 Agustus 2022	XI MIPA 2	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana
4.	Pertemuan IV - Mengidentifikasi metode pembuktian dengan induksi matematika	Jumat, 12 Agustus 2022	XI MIPA 2	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana
5.	Pertemuan V - Menjelaskan penerapan induksi matematika pada barisan bilangan dan menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan kebenaran formula suatu barisan bilangan	Jumat, 19 Agustus 2022	XI MIPA 2	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana
6.	Pertemuan VI - Menjelaskan penerapan induksi matematika pada keterbagian dan menerapkan prinsip	Jumat, 26 Agustus 2022	XI MIPA 2	Desak Ayu Ike Laksmenyeny, S.Pd.	Terlaksana

	induksi matematika untuk membuktikan keterbagian bilangan				
7.	Pertemuan VII - Menjelaskan penerapan induksi matematika pada ketaksamaan dan menerapkan prinsip induksi matematika untuk membuktikan ketidaksamaan bilangan	Jumat, 2 September 2022	XI MIPA 2	Desak Ayu Ike Laksmeny, S.Pd.	Terlaksana
8.	Pertemuan VIII - <i>Post-tes</i> kemampuan berpikir kritis matematika siswa	Senin, 5 September 2022	XI MIPA 2	Desak Ayu Ike Laksmeny, S.Pd.	Terlaksana



Lampiran 19. Dokumentasi Uji Coba Instrumen Penelitian

DOKUMENTASI PENELITIAN SAAT TES UJI COBA

DI SMAN 1 BANGLI



Lampiran 20. Dokumentasi Pelaksanaan Penelitian Kelas Eksperimen dan Kontrol

DOKUMENTASI PENELITIAN DI SMAN 1 SUSUT

KELAS EKSPERIMEN



KELAS KONTROL



Lampiran 21. Dokumentasi Hasil Proyek (Produk) Kelas Eksperimen



Permasalahan Mesin ATM

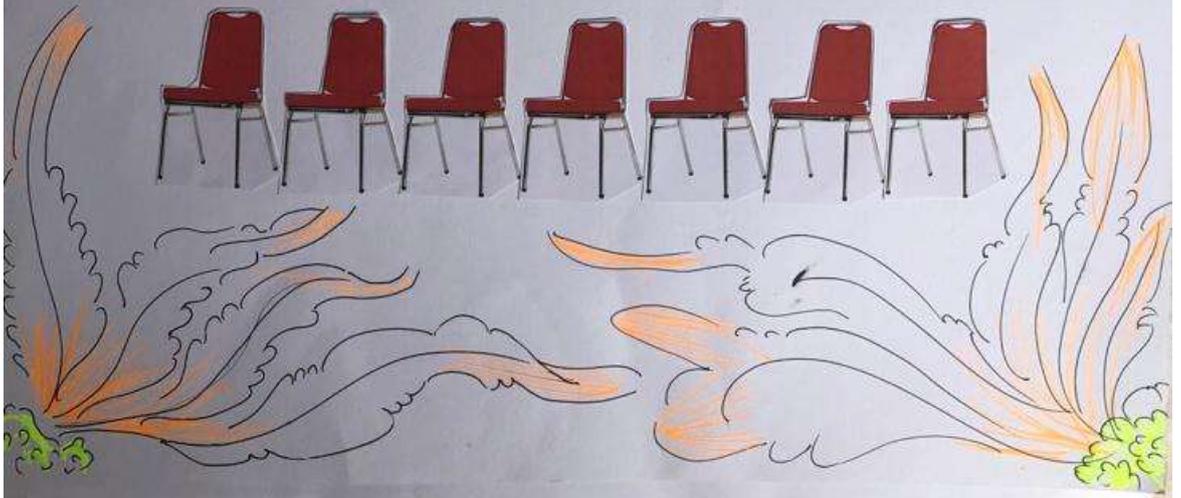
Suatu mesin ATM menyediakan layanan tarik tunai untuk pecahan Rp 100.000 dan Rp 50.000. berapakah jumlah kelipatan penarikan dengan jumlah maksimal yang dapat diambil oleh pelanggan melalui ATM tersebut dengan nominal Rp 100.000 ?

BAGAN PENERAPAN INDUKSI MATEMATIKA



PENERAPAN INDUKSI MATEMATIKA

Barisan Kursi Pentas



..... 90

..... 13

..... 2

PROYEK 2

Pertanyaan Mendasar

Tahukah kalian, dalam kehidupan sehari-hari kita sering menjumpai permasalahan yang penerapannya menggunakan prinsip induksi matematika. Contohnya barisan kursi, penarikan uang pada mesin ATM dan lain sebagainya.

Merancang Proyek

1. Carilah masalah dalam kehidupan sehari-hari yang penerapannya menggunakan prinsip induksi matematika!

Suatu mesin ATM menyediakan layanan tarik tunai untuk pecahan Rp 100.000 dan Rp 50.000. Berapakah jumlah lipatan penarikan dengan jumlah maksimal yang dapat diambil oleh pelanggan melalui ATM kb dgn nominal Rp 100.000?

2. Buktikanlah permasalahan tersebut dengan induksi matematika!

Pembuktian :

Akan ditunjukkan bahwa prinsip dipenuhi untuk penarikan Rp n yang merupakan kelipatan Rp 100.000 dengan n adalah bilangan asli.

(1) Penarikan tunai sejumlah Rp 100.000 ATM bekerja dan mengeluarkan 2 lembar uang Rp 50.000. Jadi $n=2$, maka benar ATM dpt mengeluarkan sejumlah uang kelipatan Rp 100.000.

(2) Langkah Induksi
Untuk setiap jumlah uang kelipatan Rp 100.000 ATM dapat mengeluarkan sejumlah uang yg diinginkan. artinya, untuk mengeluarkan Rp n , n adalah kelipatan Rp 100.000 dan n bil asli, dpt digunakan n lembar uang Rp 50.000

\therefore dapat disimpulkan bahwa $P(k)$ benar.

$P(k+1)$ bernilai benar, untuk mengeluarkan vns sejumlah $(k+1)$ kelipatan uang Rp 100.000 dpt menggunakan uang pecahan Rp 50.000 / Rp 100.000

PROYEK 2

Pertanyaan Mendasar

Tahukah kalian, dalam kehidupan sehari-hari kita sering menjumpai permasalahan yang penerapannya menggunakan prinsip induksi matematika. Contohnya barisan kursi, penarikan uang pada mesin ATM dan lain sebagainya.

Merancang Proyek

1. Carilah masalah dalam kehidupan sehari-hari yang penerapannya menggunakan prinsip induksi matematika!

Barisan kursi pada suatu acara pesta dalam pentas seni membentuk deret aritmatika. Jika banyak kursi pada barisan kedua adalah g , barisan keempat adalah 13 dan jumlah empat barisan pertama adalah 40 buah kursi. Buktikanlah kasus tersebut dengan induksi matematika!

2. Buktikanlah permasalahan tersebut dengan induksi matematika!

Pembuktian dibawah



Diketahui : $u_2 = 9$
 $u_4 = 13$
 $S_4 = 40$

* Menentukan a

$$S_n = \frac{n}{2} (a + u_n)$$

$$S_4 = \frac{4}{2} (a + u_4)$$

$$40 = 2(a + 13)$$

$$40 = 2a + 26$$

$$2a = 40 - 26$$

$$2a = 14$$

$$a = 7$$

* Menentukan beda (b)

$$b = u_2 - u_1$$

$$b = 9 - 7$$

$$b = 2$$

* Menentukan rumus u_n

$$u_n = a + (n-1)b$$

$$u_n = 7 + (n-1)2$$

$$u_n = 7 + 2n - 2$$

$$u_n = 2n + 5$$

* Menentukan rumus S_n

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

$$= \frac{n}{2} (2 \cdot 7 + (n-1)2)$$

$$= \frac{n}{2} (14 + 2n - 2)$$

$$= \frac{n}{2} (2n + 12)$$

$$= n(n + 6)$$

$$= n^2 + 6n$$

* Jadi deret yang didapat yaitu :

$$7 + 9 + 11 + 13 + \dots + (2n + 5) = n^2 + 6n$$

* Membuktikan deret di atas dengan induksi matematika

a) $n = 1 \rightarrow (2n + 5) = n^2 + 6n$

$$2(1) + 5 = (1)^2 + 6(1)$$

$$2 + 5 = 1 + 6$$

$$7 = 7 \quad (\text{Benar})$$

b) $n = k$

$$7 + 9 + 11 + 13 + \dots + (2k + 5) = k^2 + 6k$$

c) $n = k + 1$

$$7 + 9 + 11 + 13 + \dots + (2n + 5) + (2(k+1) + 5) = (k+1)^2 + 6(k+1)$$

Buktikan ruas kiri = ruas kanan.

$$k^2 + 6k + (2(k+1) + 5) = (k+1)^2 + 6(k+1)$$

$$k^2 + 6k + 2k + 2 + 5 = (k+1)^2 + 6(k+1)$$

$$k^2 + 8k + 7 = (k+1)^2 + 6(k+1)$$

$$(k+1)^2 + 6(k+1) = (k+1)^2 + 6(k+1)$$

Terbukti

RIWAYAT HIDUP



Komang Novitayanti lahir di Pengiangon Kawan pada tanggal 24 November 1999. Penulis lahir dari pasangan suami istri Bapak Drs. I Nengah Wales, M.Pd. dan Ibu Ni Nyoman L. Darmayanti. Penulis berkebangsaan Indonesia dan beragama Hindu. Kini penulis beralamat di Jalan Sudirman Gang 3, Kecamatan Buleleng, Kabupaten Buleleng, Provinsi Bali. Penulis menyelesaikan pendidikan dasar di SD Negeri 5 Sulahan dan lulus pada tahun 2012. Kemudian penulis melanjutkan di SMP Negeri 1 Susut dan lulus pada tahun 2015. Pada tahun 2018, penulis lulus dari SMA Negeri 1 Susut jurusan IPA dan melanjutkan ke S1 Pendidikan Matematika di Universitas Pendidikan Ganesha. Mulai tahun 2018 sampai dengan penulisan skripsi ini, penulis masih terdaftar sebagai mahasiswa Program studi S1 Pendidikan Matematika di Universitas Pendidikan Ganesha. Pada semester akhir tahun 2022 penulis telah menyelesaikan Tugas Akhir Skripsi yang berjudul “Pengaruh Model *Flipped Classroom* Berbasis Proyek Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Matematika Siswa Sekolah Menengah Atas”.