

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Suatu obyek yang terdiri dari kumpulan titik dan dihubungkan dengan ruas garis disebut graf. Dalam konteks teori graf, titik-titik ini sering disebut simpul atau *vertex*, sementara garis yang menghubungkannya disebut sisi atau *edge*. Teori graf memberikan teknik-teknik penting dalam berbagai bidang, seperti pemodelan jaringan yang sangat rumit, seperti jaringan saraf di otak atau jaringan interaksi protein dalam biologi (Barabási, 2016). Menurut Cormen dkk (2009), teori graf dapat digunakan untuk mengoptimalkan penjadwalan perjalanan dalam kehidupan sehari-hari, seperti merencanakan rute perjalanan, menentukan waktu terbaik untuk melakukan perjalanan, atau mencari rute alternatif saat ada kemacetan lalu lintas.

Pewarnaan graf merupakan salah satu topik menarik pada teori graf. Pemberian beberapa warna dengan memenuhi syarat tertentu pada suatu titik atau sisi pada suatu graf disebut proses pewarnaan graf. Ada tiga macam pewarnaan dalam teori graf berdasarkan obyek yang diberi warna, yaitu, pewarnaan titik, pewarnaan sisi dan pewarnaan daerah. Pewarnaan graf merupakan cabang teori graf yang banyak diterapkan dalam berbagai bidang, termasuk rekayasa jaringan, ilmu komputer, matematika diskrit, dan optimasi kombinatorial. Pewarnaan graf melibatkan penentuan banyak warna minimal yang diperlukan untuk memberikan warna atau label pada titik atau sisi dari sebuah graf sehingga setiap titik atau sisinya yang bertetangga (*adjacent*) memiliki warna yang berbeda (Afriantini, dkk 2019).

Gary Chartrand pada tahun 2015 pertama kali memperkenalkan pewarnaan graceful sebagai salah satu variasi pewarnaan pada graf. Pewarnaan graceful didefinisikan sebagai pemberian label atau warna dengan bilangan asli pada setiap titik dan sisi pada graf, dimana label atau warna tersebut boleh berulang pada titik maupun sisi, asalkan titik atau sisi bertetangga (*adjacent*) yang memiliki warna yang berbeda. Warna pada setiap sisi dalam graf ditentukan berdasarkan selisih mutlak label pada dua titik yang menjadi ujung sisi tersebut.

Menurut Chartrand, dkk (2010), memberikan label atau warna suatu titik pada graf sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga (*adjacent*) yang memiliki warna yang sama adalah salah masalah utama dalam pewarnaan graf. Tujuannya adalah untuk menggunakan banyak warna yang sedikit mungkin, yang sering disebut sebagai bilangan kromatik. Banyak warna minimal yang dapat digunakan untuk memenuhi syarat pewarnaan graceful dan dapat dicantumkan dengan notasi  $\chi_g(G)$  adalah bilangan kromatik pada pewarnaan graceful dari graf  $G$  (D & Byers, 2018).

Penelitian Khoirunnisa, dkk. (2021) menunjukkan beberapa bilangan kromatik graceful pada hasil operasi graf yaitu *Cartesian product* untuk jenis graf tangga. Menentukan bilangan kromatik graceful dari operasi graf, yaitu graf *Cartesian product*, merupakan salah satu topik terbuka yang dibahas oleh Khoirunnisa, dkk. (2021) dalam makalahnya. Menurut beberapa ahli, topik terbuka ini belum banyak dibahas, meskipun sudah ada penelitian mengenai bilangan kromatik graceful pada beberapa jenis graf. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk melengkapi penelitian tentang jenis-jenis graf yang belum diteliti dan memberikan jawaban atas permasalahan yang belum terselesaikan, khususnya

bilangan kromatik graceful pada graf *Cartesian product*. Berdasarkan latar belakang yang telah di paparkan, judul dari penelitian ini adalah “Bilangan Kromatik Graceful pada Graf *Torus*  $C_m \times C_n$ ”

## 1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah berdasarkan latar belakang di atas yang akan dikaji pada penelitian ini adalah menentukan besar bilangan kromatik graceful dari graf *torus*  $C_m \times C_n$ ?

## 1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini didasarkan pada latar belakang dan mengacu pada rumusan masalah yang diajukan, yaitu mengkaji besar bilangan kromatik graceful dari graf *torus*  $C_m \times C_n$ .

## 1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini diharapkan akan memberikan implikasi teoritis dan praktis yang positif bagi ilmu pengetahuan, khususnya di bidang matematika. Berikut ini adalah manfaat teoretis dan praktisnya.

### 1.4.1. Manfaat Teoretis

Manfaat teoretis yang diharapkan penulis dari pelaksanaan penelitian ini antara lain adalah menambah wawasan, pengetahuan, dan konsep pada bidang matematika, khususnya pada teori graf tentang pewarnaan graceful.

### 1.4.2. Manfaat Praktis

Manfaat praktis dari penelitian ini adalah untuk memberikan solusi dari permasalahan yang belum terselesaikan yang diangkat dalam artikel

jurnal “*On graceful chromatic number of comb product of ladder graph*” yang disusun oleh (Khoirunnisa dkk, 2021).

**a) Bagi Peneliti**

Manfaat bagi peneliti adalah dapat memperluas pemahaman dan pengetahuan tentang pewarnaan graceful pada graf, menentukan bilangan kromatik graceful pada operasi graf, seperti graf *Cartesian product*, dan mengembangkan kemampuan penelitian dan penulisan serta dapat menerapkan matematika yang telah pelajari.

**b) Bagi Pembaca**

Manfaat bagi pembaca adalah memberikan informasi dan menjadi sumber referensi bagi pembaca mengenai pewarnaan pada graf, khususnya mengenai pewarnaan graceful pada graf dan menentukan bilangan kromatik graceful pada operasi graf, khususnya *Cartesian product*, sehingga dapat digunakan sebagai panduan ketika melakukan penelitian yang sama.

