

# BILANGAN KROMATIK GRACEFUL PADA GRAF *TORUS* $C_m \times C_n$

Oleh

I Dewa Agung Ayu Arisma Cahyanti Putri, NIM 1913101007

Jurusan Matematika

## ABSTRAK

Graf adalah sebuah obyek yang terdiri dari titik yang dihubungkan oleh *segmen* garis. Himpunan titik dalam sebuah graf yang dilambangkan dengan notasi  $G(V, E)$  terdiri atas himpunan tak kosong  $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots\}$  dan himpunan sisi dalam sebuah graf yang dilambangkan dengan notasi  $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots\}$  sedemikian sehingga setiap sisi  $e_k$  menghubungkan pasangan tak terurut  $(v_i, v_j)$ . *Cartesian product* dari dua buah graf  $G$  dan  $H$  yang dinotasikan dengan  $G \times H$  adalah graf dengan himpunan simpul/titik  $V(G \times H) = V(G) \times V(H)$ , yaitu himpunan  $\{(g, h) \mid g \in V(G), h \in V(H)\}$ . Pewarnaan graf adalah proses menggunakan label atau warna terkecil dengan persyaratan tertentu untuk memberikan warna pada himpunan titik, himpunan sisi, atau himpunan wilayah pada sebuah graf. Kumpulan titik-titik dalam graf  $G$  dapat diwarnai dengan teknik yang disebut pewarnaan graceful yang memberikan warna yang tidak sama pada setiap titik yang bertetangga (*adjacent*). Sebuah pewarnaan titik  $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ , di mana  $k \geq 2$  yang menginduksi sebuah pewarnaan sisi yang tepat  $f': E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k-1\}$  didefinisikan sebagai sebuah pewarnaan  $k$ -graceful dari sebuah graf dengan rumus  $f'(uv) = |f(u) - f(v)|$ . Bilangan kromatik graceful dari graf  $G$ , dinotasikan dengan  $\chi_g(G)$ , adalah nilai terendah dari  $k$  ketika  $G$  memiliki pewarnaan graceful. Dalam tulisan ini, akan disajikan pembahasan bilangan kromatik graceful dari graf *torus*  $C_m \times C_n$  dengan  $m, n \geq 3$ .

**Kata kunci:** pewarnaan graceful, *Cartesian product*, bilangan kromatik graceful, graf *torus*

# GRACEFUL CHROMATIC NUMBER OF TORUS GRAPHS $C_m \times C_n$

By

*I Dewa Agung Ayu Arisma Cahyanti Putri, NIM 1913101007*

*Mathematics*

## ABSTRACT

A graph is an object consisting of points connected by line segments. A graph with the notation  $G(V, E)$  consists of a non-empty set  $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots\}$  which is a set of points, and another set  $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots\}$  which is a set of edges such that each edge  $e_k$  is connected to an unordered pair  $(v_i, v_j)$ . The Cartesian product of two graphs  $G$  and  $H$ , denoted by  $G \times H$ , is a graph with a set of nodes/points  $V(G \times H) = V(G) \times V(H)$ , which is the set  $\{(g, h) \mid g \in V(G), h \in V(H)\}$ . Graph coloring is a process of assigning colors to the set of points, set of edges, or set of regions in a graph using labels or colors as minimally as possible with certain conditions. Graceful vertex coloring in a graph  $G$  is a way of assigning colors to the set of points in  $G$  such that adjacent points receive different colors. A  $k$ -graceful coloring of a graph is a vertex coloring  $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ , where  $k \geq 2$ , which induces a proper edge coloring  $f': E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k-1\}$  defined by  $f'(uv) = |f(u) - f(v)|$ . The minimum value of  $k$  for which  $G$  has a  $k$ -graceful coloring is called the graceful chromatic number of the graph  $G$ , denoted as  $\chi_g(G)$ . In this paper, the discussion of the graceful chromatic number of the torus graph  $C_m \times C_n$  will be presented, where  $m, n \geq 3$ .

**Keywords:** Graceful coloring, graceful chromatic numbers, Cartesian product, torus graph