

**PELABELAN GRACEFUL KUAT (*STRONGLY GRACEFUL*) PADA GRAF *FULLY UNIFORM* ( $n, t, k$ )-*HAIRY DRAGON***

**SKRIPSI**

**Diajukan kepada**

**Universitas Pendidikan Ganesha**

**Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam Menyelesaikan**

**Program Sarjana Sains**



**Oleh**

**I PUTU SAKA YUDIPASTRAWAN**

**NIM 1913101004**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA**

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

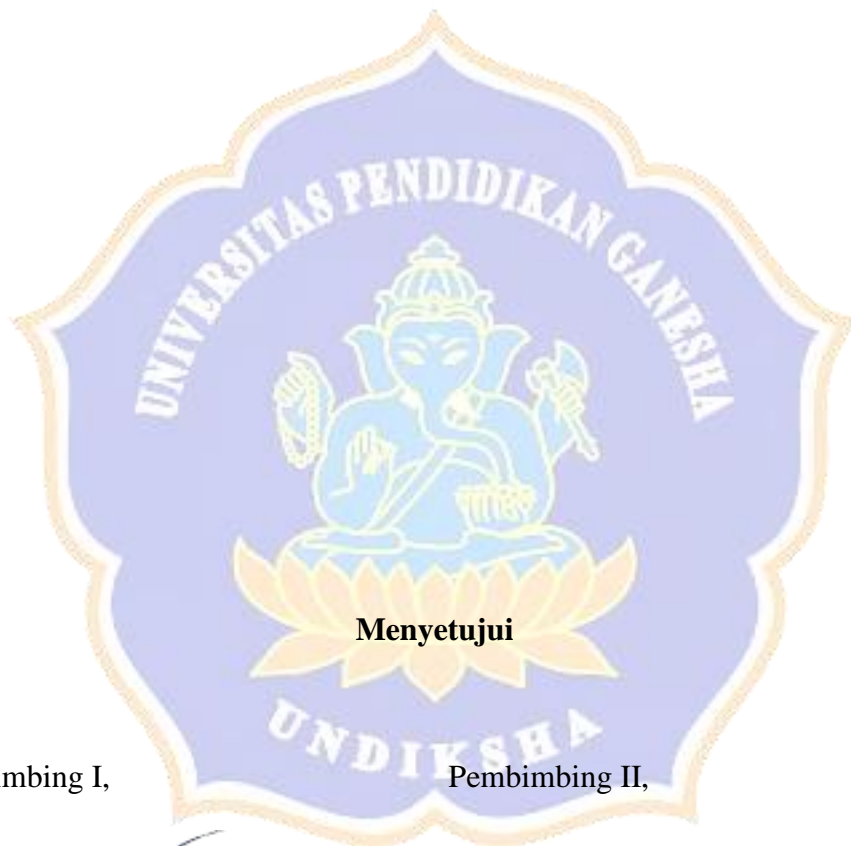
**UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA**

**SINGARAJA**

**2023**

# SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS DAN  
MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK MENCAPAI  
GELAR SARJANA SAINS**



Pembimbing I,

Pembimbing II,



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.  
NIP 19650711 199003 1 003



Prof. Drs. Sariyasa, M. Sc., Ph.D.  
NIP 19640615 198902 1 001

Skripsi oleh I Putu Saka Yudipastrawan

Telah dipertahankan di depan dewan penguji

Pada tanggal 13 Juli 2023

Dewan Penguji



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si. (Ketua)  
NIP 19650711 199003 1 003



Prof. Drs. Sariyasa, M. Sc., Ph.D. (Anggota)  
NIP 19640615 198902 1 001



Prof. Dr. I Made Candiasa, M.I.Komp. (Anggota)  
NIP 19601231 198601 1 004



I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc. (Anggota)  
NIP 19901024 202012 1 005

Diterima oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Pendidikan Ganesha  
Guna memenuhi syarat-syarat untuk mencapai gelar sarjana sains

Pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 20 Juli 2023



Dr. I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.  
NIP. 19671013 199403 1 001

I Gusti Nyoman Yudi Hartawan, S.Si., M.Sc  
NIP 19840525 200812 1 008



Mengesahkan  
Bidang Akademik dan Kerjasama

Prof. Dr. Gede Rashen Dantes, S.T., M.T.I.  
NIP. 19750221 200312 1 001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa karya yang berjudul “Pelabelan Graceful Kuat (*Strongly Graceful*) pada Graf *Fully Uniform (n, t, k)*-Hairy Dragon” beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan dan pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko yang dijatuhkan apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran atas etika keilmuan dalam karya saya ini atau ada klaim terhadap keaslian karya saya ini.

Singaraja, 13 Juli 2023

Yang membuat pernyataan,



I Putu Saka Yudipastrawan

## PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadapan Ida Sang Hyang Widhi Wasa, Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Pelabelan Graceful Kuat (*Strongly Graceful*) pada Graf *Fully Uniform (n, t, k)*-Hairy Dragon”.

Skripsi ini disusun dalam rangka memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan studi untuk memperoleh gelar Sarjana dari Universitas Pendidikan Ganesha. Tentu dalam proses menyelesaikan skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan, dorongan, motivasi, arahan, semangat, serta kritik dan saran yang diberikan dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, melalui kesempatan ini penulis menyampaikan terimakasih yang sebesar – besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si. selaku Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, motivasi, kritik dan saran, serta motivasi yang diberikan selama masa perkuliahan dan tentu selama menyusun skripsi ini.
2. Bapak Prof. Drs. Sariyasa, M. Sc., Ph.D. selaku Pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan, masukan, kritik dan saran selama penyusunan skripsi ini serta motivasi selama masa perkuliahan.
3. Bapak Prof. Dr. I Made Candiasa, M.I.Komp. selaku Dewan Penguji yang telah memberikan banyak kritik dan saran dalam penyempurnaan skripsi ini.
4. Bapak I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc. selaku Dewan Penguji yang telah memberikan berbagai masukan, kritik dan saran dalam penyempurnaan skripsi ini.
5. Bapak Dr. I Putu Wisna Ariawan, M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menyusun skripsi ini.

6. Bapak I Gusti Nyoman Yudi Hartawan, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi S1 Matematika yang telah banyak memberikan dukungan dan motivasi bagi penulis dalam penyusunan skripsi.
7. Bapak/Ibu Dosen dan Pegawai di lingkungan Jurusan Matematika serta Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
8. Bapak I Made Sudarmawan dan Ibu Ni Ketut Pusrini yang tercinta serta adik penulis I Made Dwi Arta Yoga terimakasih atas segala doa restu, motivasi, dukungan moral yang telah diberikan selama menempuh pendidikan jenjang universitas dan sampai tahap menyelesaikan skripsi ini.
9. Sahabat terdekat I Ketut Adi Darma Yatra, I Putu Dodik Sukma Indranata, Dewa Putu Darma, Made Arya Putra, I.G.Ngurah Bayu Arthana, dan Kadek Krisna Dharmawan yang selalu memberikan semangat dan waktu luang untuk menemani secara langsung maupun tidak dalam penyelesaian skripsi ini.
10. Teman-teman angkatan 2019 di Jurusan Matematika dan *Square* yang juga ikut mendukung baik secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian skripsi ini.
11. Seluruh pihak yang telah memberikan dukungan, bantuan serta doa yang baik secara langsung maupun tidak langsung kepada penulis selama menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa apa yang tertulis dalam skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang sifatnya membangun dari pembaca serta berbagai pihak guna menyempurnakan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat

dan berguna bagi kita semua khususnya bagi pengembangan Ilmu Pengetahuan pada masa yang mendatang.

Singaraja, 13 Juli 2023

Penulis





## DAFTAR SIMBOL

$G(V, E)$	: Graf dengan himpunan tak kosong titik/ <i>node/vertex</i> dinotasikan $V$ dan himpunan sisi/ <i>edge</i> dinotasikan $E$
$V$	: Himpunan titik/ <i>node/vertex</i> pada graf
$E$	: Himpunan sisi/ <i>edge/side</i> pada graf
$M$	: <i>Matching</i>
$ V $	: Banyaknya anggota himpunan titik/ <i>node/vertex</i> pada graf
$ E $	: Banyaknya anggota himpunan sisi/ <i>edge</i> pada graf
$\delta(G)$	: Derajat minimum pada graf $G$
$\Delta(G)$	: Derajat maksimum pada graf $G$
$f(u)$	: Label pada titik/ <i>node/vertex</i> $u$
$f'(uv)$	: Label pada sisi/ <i>edge</i> $uv$
$ V_{ganjil} $	: Banyaknya titik yang berlabel ganjil
$ V_{genap} $	: Banyaknya titik yang berlabel genap



## DAFTAR ISI

	HALAMAN
PRAKATA.....	i
ABSTRAK.....	iv
ABSTRACT.....	v
DAFTAR SIMBOL.....	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR GAMBAR.....	ix
DAFTAR LAMPIRAN.....	xi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan Penulisan.....	5
1.4 Manfaat Penulisan.....	5
1.4.1 Manfaat Teoretis.....	5
1.4.2 Manfaat Praktis.....	6
BAB II KAJIAN PUSTAKA.....	8
2.1 Definisi dan Terminologi dalam Graf.....	8
2.2 Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> .....	13
2.3 Pelabelan Graf.....	16
2.3.1 Pelabelan Graceful.....	16
2.3.2 Pelabelan Graceful Kuat.....	17
BAB III METODE PENELITIAN.....	19
3.1 Metode Penelitian.....	19
3.2 Prosedur Penelitian.....	19
BAB IV PEMBAHASAN.....	22
4.1 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> .....	22
4.2 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> untuk $n \in$ genap.....	23

4.2.1	Pelabelan Graceful Kuat pada Graf Fully Uniform $n, t, k$ -Hairy Dragon untuk $n \equiv 0 \pmod{4}$ , $n \geq 8$ , $t \equiv 0 \pmod{2}$ , $t \geq 2$ , $k \equiv 0 \pmod{2}$ , $k \geq 2$	31
4.2.2	Pelabelan Graceful Kuat pada Graf Fully Uniform $n, t, k$ -Hairy Dragon untuk $n \equiv 0 \pmod{4}$ , $n \geq 4$ , $t \equiv 1 \pmod{2}$ , $k \equiv 1 \pmod{2}$	85
4.2.3	Pelabelan Graceful Kuat pada Graf Fully Uniform $n, t, k$ -Hairy Dragon untuk $n \equiv 2 \pmod{4}$ , $n \geq 6$ , $t \equiv 1 \pmod{2}$ , $k \equiv 1, 3, 5, 7, 9$	115
4.3	Pelabelan Graceful Kuat pada Graf Fully Uniform $n, t, k$ -Hairy Dragon untuk $n \in \text{ganjil}$	206
4.3.1	Pelabelan Graceful Kuat pada Graf Fully Uniform $n, t, k$ -Hairy Dragon untuk $n \equiv 3 \pmod{4}$ , $t \equiv 3 \pmod{4}$ , $k = 2$	214
BAB V PENUTUP		243
5.1	Kesimpulan	243
5.2	Saran	253
DAFTAR PUSTAKA		254
LAMPIRAN		256



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Contoh Graf.....	8
Gambar 2.2 a) Graf Nol $N_3$ dan b) Graf <i>Trivial</i> .....	9
Gambar 2.3 a) Contoh <i>Multigraph</i> (Graf Ganda) dan b) Contoh <i>Pseudograph</i> (Graf Semu).....	11
Gambar 2.4 Contoh <i>Path Graph</i> (Graf Lintasan) .....	12
Gambar 2.5 Contoh <i>Disconnected Graph</i> (Graf Tidak Terhubung) dengan 3 Komponen.....	12
Gambar 2.6 Contoh <i>Cycle Graph</i> (Graf Siklus).....	13
Gambar 2.7 a) Graf $(5, 4, 2)$ - <i>Hairy Dragon</i> dan b) Graf $(6,4,3)$ - <i>Hairy Dragon</i> .	14
Gambar 2.8 a) Graf <i>Uniform</i> $(5, t, 1)$ - <i>Hairy Dragon</i> dan b) Graf <i>Uniform</i> $(5, t, 2)$ - <i>Hairy Dragon</i> .....	14
Gambar 2.9 a) Graf <i>Fully Uniform</i> $(6, t, 1)$ - <i>Hairy Dragon</i> dan b) Graf <i>Fully Uniform</i> $(5, t, 2)$ - <i>Hairy Dragon</i> .....	15
Gambar 2.10 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform</i> $(n, t, k)$ - <i>Hairy Dragon</i> .....	15
Gambar 2.11 Graf dengan Pelabelan Graceful .....	17
Gambar 2.12 Graf yang Bukan Graceful .....	17
Gambar 2.13 Graf dengan Pelabelan Graceful Kuat.....	18
Gambar 4.1 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform</i> $(n, t, k)$ - <i>Hairy Dragon</i> , $n = 8$ , $k \equiv 0(mod 2)$ dan $t \equiv 0(mod 2)$ , $t \geq 2$ dengan Notasi Titik.....	32
Gambar 4.2 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform</i> $(n, t, k)$ - <i>Hairy Dragon</i> , $n \equiv 0(mod 4)$ , $n \geq 12$ , $k \equiv 0(mod 2)$ dan $t \equiv 0(mod 2)$ dengan Notasi Titik.....	33
Gambar 4.3 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform</i> $(8, 6, 2)$ - <i>Hairy Dragon</i> .....	34
Gambar 4.4 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform</i> $(12, 6, 4)$ - <i>Hairy Dragon</i> .....	53
Gambar 4.5 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform</i> $(n, t, k)$ - <i>Hairy Dragon</i> , $n = 4$ , $k = 1(mod 2)$ dan $t \equiv 1(mod 2)$ dengan Notasi Titik.....	86
Gambar 4.6 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform</i> $(n, t, k)$ - <i>Hairy Dragon</i> , $n \equiv 0(mod 4)$ , $n \geq 8$ , $k = 1(mod 2)$ dan $t \equiv 1(mod 2)$ dengan Notasi Titik.....	87

Gambar 4.7 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (4, 5, 5)-Hairy Dragon</i> .....	88
Gambar 4.8 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (8, 7, 5)-Hairy Dragon</i> .....	99
Gambar 4.9 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> , $n \equiv 2(mod 4), n \geq 6, t = 1(mod 2)$ dan $k = 1$ dengan Notasi Titik .....	116
Gambar 4.10 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> , $n \equiv 2(mod 4), n \geq 6, t = 1(mod 2)$ dan $k = 3$ dengan Notasi Titik .....	117
Gambar 4.11 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> , $n \equiv 2(mod 4), n \geq 6, t = 1(mod 2)$ dan $k = 5$ dengan Notasi Titik .....	118
Gambar 4.12 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> , $n \equiv 2(mod 4), n \geq 6, t = 1(mod 2)$ dan $k = 7$ dengan Notasi Titik .....	119
Gambar 4.13 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> , $n \equiv 2(mod 4), n \geq 6, t = 1(mod 2)$ dan $k = 9$ dengan Notasi Titik .....	120
Gambar 4.14 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (6, 5, 1)-Hairy Dragon</i> .....	121
Gambar 4.15 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (10, 3, 3)-Hairy Dragon</i> .....	131
Gambar 4.16 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (10, 5, 5)-Hairy Dragon</i> .....	147
Gambar 4.17 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (10, 3, 7)-Hairy Dragon</i> .....	165
Gambar 4.18 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (14, 3, 9)-Hairy Dragon</i> .....	185
Gambar 4.19 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> , $n = 3, k = 2$ dan $t \equiv 3(mod 4)$ dengan Notasi Titik .....	215
Gambar 4.20 Bentuk Umum Graf <i>Fully Uniform <math>n, t, k</math>-Hairy Dragon</i> , $n \equiv 3(mod 4), n \geq 7, k = 2$ dan $t \equiv 3(mod 4)$ dengan Notasi Titik .....	215
Gambar 4.21 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (3, 7, 2)-Hairy Dragon</i> .....	216
Gambar 4.22 Pelabelan Graceful Kuat pada Graf <i>Fully Uniform (15, 3, 2)-Hairy Dragon</i> .....	226

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Graf *Fully Uniform*  $(n, t, k)$ -*Hairy Dragon* dengan  $n \equiv 0 \pmod 4, n \geq 8, t \equiv 0 \pmod 2, t \geq 2, k \equiv 0 \pmod 2, k \geq 2$ . 257

Lampiran 2. Graf *Fully Uniform*  $(n, t, k)$ -*Hairy Dragon* dengan  $n \equiv 0 \pmod 4, n \geq 4, t \equiv 1 \pmod 2, k \equiv 1 \pmod 2$ . 272

Lampiran 3. Graf *Fully Uniform*  $(n, t, k)$ -*Hairy Dragon* dengan  $n \equiv 2 \pmod 4, n \geq 6, t \equiv 1 \pmod 2, k \equiv 1 \pmod 2$ . 285

Lampiran 4. Graf *Fully Uniform*  $(n, t, k)$ -*Hairy Dragon* dengan  $n \equiv 3 \pmod 4, t \equiv 3 \pmod 4, k \equiv 0 \pmod 2, k \geq 2$ . 307

