

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan cabang ilmu Matematika yang mempelajari tentang struktur dan hubungan antara titik dan sisi. Penggunaan matematika dalam graf mencakup representasi matematis, pembuktian teorema, analisis struktural, pengembangan algoritma graf, dan teori kombinatorial. Dengan memahami konsep matematika dalam teori graf, dapat dipahami sifat-sifat graf dan menemukan solusi optimal dalam sistem yang kompleks.

Buhaerah, dkk. (2019) menyatakan bahwa teori graf lahir pada tahun 1736 melalui tulisan Euler yang berisi tentang upaya pemecahan masalah jembatan Königsberg yang sangat terkenal di Eropa. Kurang lebih seratus tahun setelah lahirnya tulisan Euler tersebut tidak ada perkembangan yang berarti berkenaan dengan teori graf. Ada beberapa hal dasar yang perlu dipahami mengenai teori graf. Ketika menggambarkan sebuah graf, metode yang paling umum digunakan adalah dengan menggunakan diagram. Dalam diagram tersebut, verteks (simpul) direpresentasikan sebagai titik-titik, sedangkan setiap sisi direpresentasikan sebagai kurva sederhana yang menghubungkan dua titik.

Selain Leonhard Euler, ada beberapa matematikawan yang memberikan kontribusi penting dalam pengembangan teori graf, salah satunya Hamilton. William Rowan Hamilton (1805-1865) adalah seorang matematikawan dan fisikawan Irlandia yang terkenal karena kontribusinya dalam teori graf. Salah

satu kontribusinya yang terkenal adalah pengenalan konsep lintasan Hamiltonian.

Menurut para ahli seperti Frank Harary dan Douglas B. West (1969), lintasan Hamilton adalah sebuah urutan simpul dalam sebuah graf yang mengunjungi setiap simpul tepat sekali. Dalam lintasan Hamilton, setiap simpul harus dikunjungi sekali tanpa mengunjungi simpul yang sama lebih dari sekali. Dengan kata lain, lintasan Hamilton adalah sebuah jalur yang melewati semua simpul dalam graf tanpa repetisi. Hal yang sama juga dikatakan oleh peneliti lainnya. Hal yang sama juga dikatakan Wijaya, dkk (2016) Lintasan Hamilton adalah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali. Jika lintasan itu kembali ke simpul membentuk lintasan tertutup (sirkuit), maka lintasan tertutup itu dinamakan sirkuit Hamilton.

Pengertian lintasan Hamilton ini memiliki aplikasi penting dalam berbagai bidang, termasuk optimisasi, jaringan, dan pemodelan masalah. Konsep lintasan Hamilton membantu dalam pemodelan dan analisis masalah yang melibatkan perjalanan atau pergerakan melalui simpul-simpul dalam graf. Dalam praktiknya, pencarian lintasan Hamilton pada graf sering menjadi tantangan yang kompleks, karena kompleksitas waktu yang meningkat dengan ukuran graf.

Penerapan lintasan Hamilton pada *Knight's Tour* adalah salah satu contoh penting dalam teori graf. *Knight's Tour* adalah permainan catur di mana tujuan pemain adalah memindahkan kuda (*knight*) di atas papan catur secara berurutan melalui semua kotak pada papan tanpa mengunjungi kotak yang sama dua kali. Langkah kuda tersebut dapat berupa melangkah dua kotak ke

arah horizontal kemudian satu kotak ke arah vertikal atau melangkah satu kotak ke arah horizontal kemudian dua kotak ke arah vertikal dan sebaliknya sehingga membentuk huruf "L".

Yudhistira & Kurniasari (2012) menyatakan bahwa suatu permainan *Knight's Tour* dapat diselesaikan dengan beberapa metode, salah satunya menggunakan algoritma *Backtrack*. Lintasan Hamilton pada graf Permainan *Knight's Tour* dalam papan catur berukuran $n \times n$ dengan metode *Backtracking* adalah sebuah masalah yang menarik dalam teori graf dan algoritma. *Backtracking* merupakan teknik algoritma yang mencoba semua kemungkinan langkah secara rekursif dan membatalkan langkah jika tidak memungkinkan untuk melanjutkan ke solusi yang benar. Dalam konteks *Knight's Tour*, algoritma *Backtracking* digunakan untuk mencari solusi secara sistematis dengan mencoba semua kemungkinan langkah dan mengembalikan langkah jika tidak memungkinkan untuk mencapai solusi akhir.

Proses pencarian solusi dilakukan sampai seluruh posisi pada papan catur telah dilewati oleh kuda atau tidak ada lagi kemungkinan langkah yang valid yang dapat diambil oleh kuda. Jika seluruh posisi pada papan catur telah dilewati oleh kuda, maka solusi ditemukan. Jika tidak ditemukan solusi, maka pencarian solusi akan diulang dengan mengubah posisi awal kuda pada papan catur.

Penelitian yang dilakukan oleh Wamiliana, Dian Kurniasari, dan Dolly Yudisthira (2013) tentang pencarian solusi *Knight Tour Problem* hanya mendiskusikan pencarian solusi *Knight's Tour* dengan ukuran 3×3 sampai dengan 8×8 sesuai dengan ukuran papan catur. Penelitian lainnya terkait

dengan menemukan solusi *Knight's Tour* yang dilakukan oleh Rama Febriyan (2012), peneliti menggunakan metode *backtracking* dalam mencari solusi *Knight's Tour* nya dan hanya dilakukan pada papan yang berukuran 6×6 dan 8×8 . Berdasarkan latar belakang di atas, peneliti tertarik untuk menemukan solusi graf dan lintasan Hamilton pada permainan *Knight's Tour* dengan ukuran papan yang lebih luas dari 8×8 . Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, penulis bermaksud melakukan kajian analisis graf dan lintasan Hamilton permainan *Knight's Tour*. Oleh karena itu, penulis merumuskan penelitian ini dengan judul “Analisis Graf dan Lintasan Hamilton Permainan *Knight's Tour* Dalam Papan Berukuran $n \times n$ ”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, adapun rumusan masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah bagaimana menentukan graf Hamilton permainan *Knight's Tour* dalam papan berukuran $n \times n$?

1.3 Tujuan Penulisan

Berdasarkan latar belakang dan mengacu pada rumusan masalah yang diajukan, pada penelitian ini memiliki tujuan yakni menentukan graf Hamilton permainan *Knight's Tour* dalam papan berukuran $n \times n$.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan mampu memberikan manfaat bagi ilmu pengetahuan khususnya dalam bidang matematika baik manfaat secara teoritis maupun manfaat praktis. Adapun manfaat secara teoretis dan praktis sebagai berikut.

1.4.1 Manfaat Teoretis

Manfaat teoritis yang diharapkan oleh penulis dalam penelitian ini adalah dapat menambah wawasan dan pengetahuan kontribusi dalam memberikan ide-ide pikiran dalam bidang Matematika khususnya pada materi teori graf mengenai graf dan lintasan Hamilton permainan *Knight's Tour* dalam papan berukuran $n \times n$. Selain itu, penulis juga berharap supaya penelitian ini dapat jadi acuan atau dasar bagi penelitian-penelitian sejenis dan memberikan jalan bagi penelitian yang lebih lanjut.

1.4.2 Manfaat Praktis

1. Bagi Peneliti

Hasil penelitian ini adalah untuk menambah wawasan dan meningkatkan keterampilan dan pemahaman tentang graf dan lintasan Hamilton permainan *Knight's Tour* dalam papan berukuran $n \times n$ dan memperoleh pengalaman dalam melakukan penelitian dan menyusun hasil karya ilmiah. Hal ini juga dapat membantu dalam memanfaatkan dan menerapkan pengetahuan matematika yang telah didapatkan hingga saat ini.

2. Bagi Pembaca

Manfaat bagi para pembaca dari hasil penelitian ini yakni menambah pengetahuan dan memberikan informasi serta sebagai sumber rujukan agar memperluas ilmu pengetahuan pembaca mengenai graf terutama tentang graf dan lintasan Hamilton permainan *Knight's Tour* dalam papan berukuran $n \times n$.

3. Bagi Jurusan Matematika

Hasil dari penelitian ini dapat digunakan sebagai materi bacaan untuk melengkapi sumber referensi dalam pembelajaran tentang teori graf, terutama bagi mahasiswa jurusan matematika di Undiksha yang tertarik dalam eksplorasi topik sejenis atau sedang terlibat dalam penelitian serupa.

4. Bagi Peneliti Berikutnya

Hasil penelitian ini membuka *open problem* pada kasus $n \equiv 0(\text{mod } 4)$ dan $n \equiv 3(\text{mod } 4)$. Hal ini menjadi sumber inspirasi bagi peneliti selanjutnya untuk mendorong mereka untuk mencari solusi inovatif yang tidak hanya menjawab pertanyaan yang belum terpecahkan.

1.5 Batasan Penelitian

Penelitian ini membatasi lingkup pada permainan *Knight's Tour*, yang melibatkan pergerakan seorang "*knight*" (kuda catur) dalam sebuah papan berukuran $n \times n$ dengan $3 \leq n \leq 14$. Fokus utamanya adalah menemukan lintasan Hamilton, yang merupakan lintasan yang melewati setiap kotak pada papan sekali dan hanya sekali.