

**DIMENSI METRIK KETETANGGAAN LOKAL PADA  
OPERASI SPLIT UNTUK GRAF TRIBUN ( $\mathfrak{I}_n$ )**



**OLEH  
I KADEK NARAYANA AJI SAKA  
1913011021**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA**

**2023**

**DIMENSI METRIK KETETANGGAAN LOKAL PADA  
OPERASI SPLIT UNTUK GRAF TRIBUN ( $\mathfrak{I}_n$ )**

**SKRIPSI**



**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**  
**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA**

**2023**

# SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS  
DAN MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK  
MENCAPAI GELAR SARJANA PENDIDIKAN**

**Menyetujui**

**Pembimbing I,**



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.  
NIP. 196507111990031003

**Pembimbing II,**



Prof. Dr. I Made Ardana, M.Pd.  
NIP. 196208271989031001

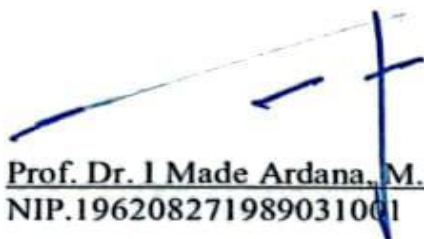
Skripsi oleh I Kadek Narayana Aji Saka ini  
Telah dipertahankan di depan dewan penguji  
Pada tanggal 22 November 2023

Dewan Penguji,



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.  
NIP.196507111990031003

(Ketua)



Prof. Dr. I Made Ardana, M.Pd.  
NIP.196208271989031001

(Anggota)



Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc.  
NIP.199004202019032021

(Anggota)



I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.  
NIP.199010242020121005

(Anggota)

Diterima oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Pendidikan Ganesha  
guna memenuhi syarat-syarat untuk mencapai gelar sarjana pendidikan

Pada:

Hari : Rabu  
Tanggal : 22 November 2023

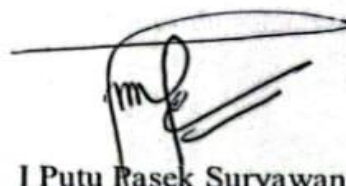
**Mengetahui**

Ketua Ujian,

Sekretaris Ujian,



Dr. I Wayan Puja Astawa, S.Pd., M.Stat.Sci.  
NIP. 196901161994031001



I Putu Rasek Suryawan, S.Pd., M.Pd.  
NIP. 198806172014041001

Mengesahkan  
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.  
NIP. 196710131994031001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa karya tulis yang berjudul “Dimensi Metrik Ketetangaan Lokal pada Operasi Split untuk Graf Tribun ( $\mathfrak{S}_n$ )” beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan dan pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko/sanksi yang dijatuhkan kepada saya apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran atas etika keilmuan dalam karya saya ini atau ada klaim terhadap keaslian karya saya ini.

Singaraja, 22 November 2023

Yang membuat pernyataan



A Kadek Narayana Aji Saka

NIM. 1913011021

## PRAKATA

Puja dan puji syukur penulis ucapkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan beribu macam nikmat dan karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Dimensi Metrik Ketetanggaan Lokal pada Operasi Split untuk Graf Tribun ( $\mathfrak{S}_n$ )**” tepat pada waktunya.

Dalam kesempatan ini, penulis juga mengucapkan terima kasih yang sebanyak-banyaknya kepada pihak-pihak yang telah membantu dalam proses pengerjaan skripsi ini. Secara khusus penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si. selaku pembimbing I yang telah banyak memberikan pengetahuan dan ide-ide dalam menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
2. Prof. Dr. I Made Ardana, M.Pd. selaku pembimbing II sekaligus pembimbing akademik yang telah banyak memberikan pengetahuan dan ide-ide dalam menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
3. Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc., selaku pembahas I yang telah memberikan saran dan masukan dalam perbaikan skripsi ini.
4. I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc., selaku pembahas II yang telah memberikan saran dan masukan dalam perbaikan skripsi ini.
5. Bapak/Ibu dosen dan Staf Pegawai Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah bekerja sama dengan peneliti dalam pelaksanaan penelitian.
6. Keluarga saya, yakni I Wayan Nata selaku ayah, Ni Luh Sri Ayuni selaku ibu, dan kakak perempuan saya, yaitu Ni Putu Nayu Ari Widya yang sangat penulis sayangi, karena telah memberikan dukungan, semangat, doa, dan nasehat kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
7. Uzumaki Naruto, Senju Hashirama, Jiraiya, dan lainnya selaku karakter fiksi pada *Anime Naruto* yang menginspirasi penulis untuk selalu semangat dalam menjalani hidup termasuk dalam pembuatan skripsi ini.
8. Putu Wia Rosita Dewi, Ni Wayan Ayu Kesumawati, I Komang Widnyana, dan I Gede Anugerah Pinaruh selaku teman yang paling penulis sayangi telah memberikan banyak dukungan, saran, semangat, dorongan, selalu menghibur, dan sebagainya selama penulis kuliah sampai pembuatan skripsi ini.

9. Teman-teman sesama pengkaji graf yakni Komang Deny Triana, I Putu Saka Yudipastrawan, Dewi Ayu Sinta Pratiwi, I Dewa Agung Ayu Arisma Cahyanti Putri, dan kakak Ni Ketut Fatma Juniawati yang telah memberikan semangat, dukungan, berdiskusi, dan dorongan kepada penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
10. Teman-teman lainnya juga memberikan dukungan, semangat, dan membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis memohon maaf apabila dalam penulisan makalah ini terdapat kesalahan-kesalahan baik yang disengaja maupun tidak disengaja. Penulis menyadari bahwa makalah ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun dari berbagai pihak. Harapan penulis yaitu semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi para pembaca.

Singaraja, 22 November 2023

Penulis



## DAFTAR SIMBOL

- $G(V, E)$  : Graf dengan himpunan tak kosong titik/simpul/*node/vertex* dinotasikan  $V$  dan himpunan sisi/*edge/side* dinotasikan  $E$ .
- $V(G)$  : Himpunan titik/simpul/*node/vertex* pada graf  $G$ .
- $|V(G)|$  : Banyaknya anggota himpunan titik/*node/vertex* pada graf  $G$ .
- $v^{(a^m)}$  : Simpul  $v$  dengan representasi biner  $m$  digit dari  $a$  (dari kanan ke kiri).  $m$  menunjukkan banyaknya operasi split yang dilakukan. Misalnya simpul  $v^{(6^3)}$  dapat diartikan sebagai  $v^{(110)}$ , simpul ini tidak mengalami split pertama, tetapi mengalami split kedua dan ketiga.
- $|E(G)|$  : Banyaknya anggota himpunan sisi/*edge/side* pada graf  $G$ .
- $\lfloor x \rfloor$  : Bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $x$
- $\lceil x \rceil$  : Bilangan bulat terkecil yang lebih dari atau sama dengan  $x$
- $d(v)$  : Derajat pada simpul  $v$ .
- $\delta(G)$  : Derajat minimum pada graf  $G$ .
- $\Delta(G)$  : Derajat maksimum pada graf  $G$ .
- $N_G[v]$  : Himpunan yang anggotanya simpul  $v$  dan semua tetangga dari  $v$  di graf  $G$ . Dua simpul  $u$  dan  $v$  di  $G$  dikatakan *true twins* jika  $N_G[u] = N_G[v]$ .
- $r(v|W)$  : Representasi ketetanggaan titik  $v$  terhadap  $W$ .
- $dim_A(G)$  : Dimensi metrik ketetanggaan untuk graf  $G$ .
- $dim_{A,l}(G)$  : Dimensi metrik ketetanggaan lokal untuk graf  $G$ .
- $Spl(G)$  : Graf hasil operasi split untuk graf  $G$ .
- $Spl_m(G)$  : Graf hasil operasi split sebanyak  $m$  kali untuk graf  $G$ .
- $G[\mathcal{H}]$  : *Lexicographic product* dari graf  $G$  dan  $\mathcal{H}$  (misalnya  $\mathcal{H} = \{H_1, H_2, \dots, H_n\}$ ) adalah graf sedemikian hingga  $V(G[\mathcal{H}]) = \bigcup_{u_i \in V(G)} (\{u_i\} \times V(H_i))$  dan  $(u_i, v_r)(u_j, v_s) \in E(G[\mathcal{H}])$  jika dan hanya jika  $u_i u_j \in E(G)$  atau  $i = j$  dan  $v_r v_s \in E(H_i)$
- $G \odot H$  : *Corona product* dari graf  $G$  dan  $H$ , yaitu graf yang diperoleh dengan mengambil 1 duplikat dari graf  $G$  dan  $|V(G)|$  duplikat dari graf  $H$ , yaitu  $H_i$  dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, |V(G)|$  kemudian

- menghubungkan setiap simpul ke- $i$  dari  $G$  ke setiap simpul di  $H_i$
- $G \diamond H$  : *Edge corona* dari graf  $G$  dan  $H$  adalah graf yang diperoleh dengan mengambil 1 duplikat dari  $G$  dan  $|E(G)|$  duplikat dari  $H$ , yaitu  $H_i$  dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, |E(G)|$  kemudian menghubungkan dua titik ujung dari sisi ke- $i$  pada  $G$  dengan setiap titik duplikat ke- $i$  pada  $H$ .  $G$  dengan *pendant point* artinya  $G \diamond K_1$
- $G \boxtimes H$  : *Strong product* dari graf  $G(V_1, E_1)$  dan  $H(V_2, E_2)$  adalah graf dengan  $V(G \boxtimes H) = V_1 \times V_2$  dimana untuk setiap simpul  $(x_1, x_2), (y_1, y_2) \in V_1 \times V_2$  bertetangga di  $G \boxtimes H$  jika dan hanya jika  $x_1 = y_1$  dan  $x_2 \sim y_2$ , atau  $x_1 \sim y_1$  dan  $x_2 = y_2$ , atau  $x_1 \sim y_1$  dan  $x_2 \sim y_2$



## DAFTAR ISI

PRAKATA .....	ii
ABSTRAK .....	iv
DAFTAR SIMBOL .....	vi
DAFTAR ISI .....	viii
DAFTAR GAMBAR .....	x
DAFTAR TABEL .....	xi
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian .....	4
1.4 Manfaat Penelitian .....	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA .....	6
2.1 Definisi dan Terminologi Graf .....	6
2.2 Graf Tribun .....	9
2.3 Graf Ular $k$ -Poligonal $S_n(C_k)$ .....	10
2.4 Graf $p$ –Triangular Snake $p(S_n(C_3))$ .....	10
2.5 Operasi $m$ -Split pada Suatu Graf .....	11
2.6 Dimensi Metrik Ketetanggaan Lokal .....	14
2.7 Penelitian yang Relevan .....	15
BAB III METODE PENELITIAN .....	19
3.1 Jenis Penelitian .....	19
3.2 Objek Penelitian .....	19
3.3 Metode Penelitian .....	19
3.4 Prosedur Penelitian .....	20
BAB IV PEMBAHASAN .....	22
4.1 Dimensi Metrik Ketetanggaan Lokal pada Graf $Spl_m(\mathfrak{S}_n)$ .....	22
4.2 Dimensi Metrik Ketetanggaan Lokal pada Graf $Spl_m(S_n(C_k))$ .....	61
4.3 Dimensi Metrik Ketetanggaan Lokal pada Graf $Spl_m(p(S_n(C_3)))$ ..	103

BAB V PENUTUP .....	136
5.1 Kesimpulan.....	136
5.2 Saran .....	136

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf $G_1$ .....	6
Gambar 2.2 Graf $G_2$ .....	8
Gambar 2.3 (a) Graf Terhubung dan (b) Graf Tidak Terhubung .....	9
Gambar 2.4 Graf Tribun ( $\mathfrak{S}_n$ ) .....	9
Gambar 2.5 Graf Ular $k$ -Poligonal $S_n(C_k)$ .....	10
Gambar 2.6 Graf $p(S_n(C_3))$ .....	11
Gambar 2.7 Graf $St_3$ .....	12
Gambar 2.8 Graf $Spl(St_3)$ .....	12
Gambar 2.9 Graf $Spl_2(St_3)$ .....	13
Gambar 4.1 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_0(\mathfrak{S}_1)$ .....	22
Gambar 4.2 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_1(\mathfrak{S}_2)$ .....	23
Gambar 4.3 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_2(\mathfrak{S}_3)$ .....	24
Gambar 4.4 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_0(S_1(C_3))$ .....	62
Gambar 4.5 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_1(S_3(C_3))$ .....	62
Gambar 4.6 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_0(S_1(C_4))$ .....	64
Gambar 4.7 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_1(S_3(C_4))$ .....	65
Gambar 4.8 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_0(1(S_1(C_3)))$ .....	104
Gambar 4.9 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_0(1(S_2(C_3)))$ .....	104
Gambar 4.10 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_0(2(S_3(C_3)))$ .....	105
Gambar 4.11 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_0(2(S_4(C_3)))$ .....	107
Gambar 4.12 Representasi Titik-Titik pada Graf $Spl_1(2(S_5(C_3)))$ .....	109

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Prosedur Penelitian.....	20
------------------------------------	----

