

**BILANGAN KROMATIK *GRACEFUL* UNTUK GRAF
 $D_{m,2} \times P_n$**

SKRIPSI

**Diajukan kepada
Universitas Pendidikan Ganesha
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam Menyelesaikan
Program Sarjana Sains**



**Oleh
Alwi Ni'mah Firdausy
NIM 2013101008**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
SINGARAJA
2024**

SKRIPSI

DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS DAN
MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK MENCAPAI
GELAR SARJANA SAINS



Puta Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc
NIP. 199004202019032021

Prof. Dr. Ph.D. I Gusti Puru Sudiarta, M.Si
NIP. 196512051991031005

Skripsi oleh Alwi Ni'mah Firdausy

Telah dipertahankan di depan dewan penguji

Pada tanggal: 10 Juni 2024

Dewan Penguji,



Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc
NIP. 199004202019032021

(Ketua)



Prof. Dr. Phili. I Gusti Putu Sudiarta, M.Si (Anggota)
NIP. 196512051991031005



Dr. Gede Surweken, M.Sc
NIP. 196111111987021001

(Anggota)



Raghita Yanzari Silalahi, M.Sc
NIP. 199307012022032023

(Anggota)



Diterima oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Pendidikan Ganesha
guna memenuhi syarat-syarat untuk mencapai gelar sarjana sains

Pada:

Hari : Rabu

Tanggal : 12 Juni 2024



Dr. Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.
NIP. 196710131994031001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa karya tulis yang berjudul “Bilangan Kromatik *Graceful* untuk Graf $D_{m,2} \times P_n$ ” beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan dan pengutipan dengan cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko/sanksi yang dijatuhkan kepada saya apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran atas etika keilmuan dalam karya saya ini atau ada klaim terhadap keaslian karya saya ini.

Singaraja, 27 Mei 2024

Yang membuat pernyataan,



A/wi Ni'mah Firdausy
NIM. 2013101008

PRAKATA

Puji syukur penyusun panjatkan ke hadapan Tuhan Yang Maha Esa karena berkat rahmat-Nya-lah, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **"Bilangan Kromatik *Graceful* untuk Graf $D_{m,2} \times P_n$ "**. Skripsi ini disusun guna memenuhi persyaratan mencapai gelar sarjana sains pada Universitas Pendidikan Ganesha.

Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan baik berupa moral maupun material dari berbagai pihak. Untuk itu, dalam kesempatan ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dr. I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam atas motivasi dan fasilitas yang diberikan sehingga penulis bisa menyelesaikan studi sesuai dengan rencana.
2. Prof. Dr. I Putu Wisna Ariawan, M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika atas motivasi yang diberikan dalam penyelesaian skripsi ini.
3. Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc. selaku Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, petunjuk dan motivasi penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Prof. Dr. Phill. I Gusti Putu Sudiarta, M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, petunjuk, dan motivasi kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
5. Dr. Gede Suweken, M.Sc. selaku dosen Penguji I yang telah memberikan arahan, saran serta petunjuk kepada penulis dalam pembuatan skripsi.
6. Raphita Yanisari Silalahi, S.Pd., M.Sc. selaku dosen Penguji II yang telah memberikan arahan, saran serta petunjuk kepada penulis dalam pembuatan skripsi.
7. Staf dosen di lingkungan Fakultas terkhusus Ibu Raphita Yanisari Silalahi, S.Pd., M.Sc. yang telah membantu mengajari saya mengenai graf sehingga saya dapat menyelesaikan skripsi sesuai dengan target.
8. Kedua orang tua saya, Bapak Mualim dan Ibu Wiji Astuti yang telah mendoakan dan mendukung saya dalam mengerjakan skripsi.

9. Teman – teman satu prodi khususnya Ni Putu Permatasari yang telah menemani saya dalam mengisi waktu luang saat mengerjakan skripsi dan juga Kadek Ria Andriani yang telah berjuang bersama saya dari semester 1 hingga 7.
10. Teman – teman Mindona yaitu Ni Komang Purwidasari, Anak Agung Ayu Gita Pramita, Ni Luh Putu Yunita Agustini, Ni Komang Ari Rumidiartini, Dea Rusianda Naibaho, Kadek Eri Manda Sastrini, dan Ni Putu Mei Kompyang Ningsih yang selalu memberikan energi positif kepada saya untuk terus semangat dalam menyelesaikan skripsi.
11. Kartun Chibi Maruko Chan yang telah menghiburku dalam mengerjakan skripsi.
12. Abe Cekut, Cipung Abubu Hacikule Abracadabra, dan Ning Maghrib yang telah mengisi waktu luang saat mengerjakan skripsi.
13. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu per satu yang telah membantu penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa apa yang tersaji dalam skripsi ini masih jauh dari sempurna karena keterbatasan kemampuan yang penulis miliki. Untuk itu demi kesempurnaan skripsi ini, penulis mengharapkan segala kritik maupun saran yang sifatnya membangun dari berbagai pihak. Penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat dan berguna bagi kita semua khususnya bagi pengembangan dunia pendidikan.

Singaraja, 17 Februari 2024

Alwi Ni'mah Firdausy

DAFTAR ISI

	HALAMAN
PRAKATA.....	i
DAFTAR ISI.....	iii
DAFTAR GAMBAR.....	iv
DAFTAR TABEL.....	vii
DAFTAR SIMBOL.....	viii
DAFTAR LAMPIRAN.....	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
BAB II KAJIAN PUSTAKA.....	5
2.1 Terminologi Dasar Graf.....	5
2.2 Beberapa Kelas Graf.....	8
2.3 Hasil Kali Kartesius.....	8
2.4 Graf $D_{m,2} \times P_n$	10
2.5 Pewarnaan <i>Graceful</i>	11
2.6 Penelitian yang Relevan.....	16
BAB III METODE PENELITIAN.....	19
3.1 Metode dan Prosedur Penelitian.....	19
BAB IV PEMBAHASAN.....	20
4.1 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{m,2} \times P_n$	21
4.2 Bilangan Kromatik <i>Graceful</i> Graf $D_{m,2} \times P_n$ untuk $m, n \geq 3$	42
BAB V PENUTUP.....	78
5.1 Kesimpulan.....	78
5.2 Keterbatasan.....	78
5.3 Saran.....	78
DAFTAR PUSTAKA.....	79

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Graf yang Merepresentasikan Jembatan Konigsberg.....	1
Gambar 2.1 Graf Semu (<i>Pseudo Graph</i>)	5
Gambar 2.2 Graf Sederhana.....	6
Gambar 2.3 Graf Ganda (<i>Multi Graph</i>)	6
Gambar 2.4 Graf Semu (<i>Pseudo Graph</i>)	6
Gambar 2.5 Graf Terhubung (<i>Connected Graph</i>).....	7
Gambar 2.6 Graf Tidak Terhubung (<i>Disconnected Graph</i>).....	7
Gambar 2.7 Graf Berarah (<i>Directional Graph</i>)	7
Gambar 2.8 Graf Tidak Berarah (<i>Undirected Graph</i>)	7
Gambar 2.9 Graf Lintasan (<i>Path Graph</i>).....	8
Gambar 2.10 Graf Lingkaran (<i>Cycle Graph</i>).....	8
Gambar 2.11 Graf $P_4 \times P_4$	9
Gambar 2.12 Graf $D_{m,n}$	9
Gambar 2.13 Graf $D_{m,2}$	9
Gambar 2.14 Graf $D_{4,2} \times P_3$	10
Gambar 2.15 Representasi Graf $D_{4,2} \times P_3$	11
Gambar 2.16 Pewarnaan <i>Graceful</i>	12
Gambar 2.17 Graf $P_4 \times P_3$ dengan Notasi Titiknya.....	13
Gambar 2.18 Proses Pewarnaan $P_4 \times P_3$	14
Gambar 2.19 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $C_6 \times P_n$	16
Gambar 3.1 Prosedur Penelitian.....	19
Gambar 4.1 Bentuk Umum Graf $D_{m,2} \times P_n$	20
Gambar 4.2 Representasi Bentuk Umum Graf $D_{m,2} \times P_n$	21
Gambar 4.3 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_3$	22
Gambar 4.4 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_4$	22
Gambar 4.5 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_5$	22
Gambar 4.6 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_6$	23
Gambar 4.7 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_7$	23
Gambar 4.8 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_8$	24
Gambar 4.9 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{8,2} \times P_5$	24

Gambar 4.10 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{8,2} \times P_6$	25
Gambar 4.11 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{8,2} \times P_7$	25
Gambar 4.12 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{8,2} \times P_8$	26
Gambar 4.13 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_3$	27
Gambar 4.14 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_4$	27
Gambar 4.15 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_5$	27
Gambar 4.16 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_6$	28
Gambar 4.17 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_7$	28
Gambar 4.18 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_8$	29
Gambar 4.19 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{9,2} \times P_5$	29
Gambar 4.20 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{9,2} \times P_6$	30
Gambar 4.21 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{9,2} \times P_7$	30
Gambar 4.22 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{9,2} \times P_8$	31
Gambar 4.23 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_3$	32
Gambar 4.24 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_4$	32
Gambar 4.25 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_5$	32
Gambar 4.26 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_6$	33
Gambar 4.27 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_7$	33
Gambar 4.28 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_8$	34
Gambar 4.29 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{11,2} \times P_5$	34
Gambar 4.30 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{11,2} \times P_6$	35
Gambar 4.31 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{11,2} \times P_7$	35
Gambar 4.32 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{11,2} \times P_8$	36
Gambar 4.33 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{3,2} \times P_3$	37
Gambar 4.34 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{3,2} \times P_4$	37
Gambar 4.35 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{3,2} \times P_5$	37
Gambar 4.36 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{3,2} \times P_6$	38
Gambar 4.37 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{3,2} \times P_7$	38
Gambar 4.38 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{3,2} \times P_8$	39
Gambar 4.39 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{7,2} \times P_5$	39

Gambar 4.40 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{7,2} \times P_6$	40
Gambar 4.41 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{7,2} \times P_7$	40
Gambar 4.42 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{7,2} \times P_8$	41
Gambar 4.43 Matriks Ketetanggaan Graf $D_{3,2} \times P_3$	42
Gambar 4.44 Matriks Ketetanggaan Graf $D_{3,3}$	42
Gambar 4.45 Matriks Ketetanggaan Graf $D_{3,2}$	42
Gambar 4.46 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_4$	43
Gambar 4.47 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{8,2} \times P_4$	43
Gambar 4.48 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{12,2} \times P_4$	44
Gambar 4.49 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_4$	44
Gambar 4.50 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{4,2} \times P_8$	45
Gambar 4.51 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{m,2} \times P_n$ dengan $m \equiv 0 \pmod{4}$ 4.45	
Gambar 4.52 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_4$	49
Gambar 4.53 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{9,2} \times P_4$	50
Gambar 4.54 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{13,2} \times P_4$	50
Gambar 4.55 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_4$	51
Gambar 4.56 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{5,2} \times P_8$	51
Gambar 4.57 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{m,2} \times P_n$ dengan $m \equiv 0 \pmod{1}$ 1.51	
Gambar 4.58 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_4$	59
Gambar 4.59 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{10,2} \times P_4$	59
Gambar 4.60 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{14,2} \times P_4$	60
Gambar 4.61 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_7$	60
Gambar 4.62 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{6,2} \times P_8$	61
Gambar 4.63 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{m,2} \times P_n$ dengan $m \equiv 0 \pmod{2}$ 2.61	
Gambar 4.64. Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{7,2} \times P_4$	69
Gambar 4.65 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{11,2} \times P_4$	70
Gambar 4.66 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{3,2} \times P_5$	70
Gambar 4.67 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{3,2} \times P_8$	71
Gambar 4.68 Pewarnaan <i>Graceful</i> untuk Graf $D_{m,2} \times P_n$ dengan $m \equiv 0 \pmod{4}$ 4.71	

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Bilangan Kromatik *Graceful* Pada Beberapa Graf.16



DAFTAR SIMBOL

G	: Graf G
H	: Subgraf dari graf G
$V(G)$: Himpunan titik pada graf G
$E(G)$: Himpunan sisi pada graf G
$ V(G) $: Orde pada graf G
$ E(G) $: <i>Size</i> pada graf G
$\chi_g(G)$: Bilangan kromatik <i>graceful</i> pada graf G
C_m	: Graf lingkaran dengan m titik
P_n	: Graf lintasan dengan n titik
$D_{m,2}$: Hasil kali kartesius graf C_m dengan graf P_2
$D_{m,2} \times P_n$: Hasil kali kartesius graf $D_{m,2}$ dengan graf P_n



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran. Riwayat Hidup Penulis

