



# LAMPIRAN

### Lampiran 1. Hasil Skor Semifinal GLM SD 2021

SKOR SEMIFINAL GLM SD 2021				
NAMA	NO	BUTIR 1	BUTIR 2	TOTAL SKOR
Kevin Lukmanto	1	85	67.5	152.5
Komang Sukhma Rahyu Putri Widarani	2	40	58	98
Putu Ryuda Saputra	3	60	50	110
Made Wahyu Krsna Ananda Rahadi	4	70	30	100
Fello Satriazka	5	60	40	100
Anak Agung Istri Tasya Kesumawijaya	6	75	40	115
I Made Adinata Sanjaya	7	50	50	100
Tommy Eriksen	8	40	60	100
Kadek Ardiona Mahatma Kusmeiran	9	48	50	98
I Made Wahyu Bimantara	10	65	40	105
Clarence Tamadi	11	58	40	98
Putu Gilang Ikranagara	12	68	30	98
I Putu Aryasatya Sudiantara	13	60	50	110
Komang Adhitana Duta Satyaseva	14	75	28	103
Cokorda Istri Ayu Gayatri Gitananda	15	50	50	100
Putu Queenbie Agnihothra Bhagawanti Suharta	16	45	51	96
Chrissa Methia Butar Butar	17	30	19	49
Pande Kadek Fajar Abdhi Satya	18	25	35	60
Gede Andika Mulyadana	19	15	22	37
Ni Luh Meisya Pradnya Paramitha Supada	20	10	20	30
I Dewa Ayu Putu Sashika Arthakirana	21	10	16	26
Putu Ayu Diva Anindya Putri	22	10	20	30
Putu Ananta Wijaya	23	15	15	30
I Gusti Ayu Isyana Putri Kirana	24	0	0	0
Ni Kadek Asri Kirani	25	15	0	15
Yuta Sato	26	0	15	15
Jesslyn Octavia Kurniawan	27	0	15	15
Tjokorda Istri Kayana Dwinandita	28	10	0	10
Putu Pundarika Caitanya Putri	29	0	0	0
Zidan Pradana	30	0	0	0

**Lampiran 2. Hasil Skor Semifinal GLM SD 2022**

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SD 2022</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
Putu Gilang Ikranagara	1	25	100	125
I Putu Aryasatya Sudiantara	2	20	100	120
Gede Bimantara Putra	3	8	85	93
Advesta Mirahdhivya Priyaharsani	4	15	90	105
I Made Wahyu Bimantara	5	10	90	100
Ketut Andra Nugraha Utama	6	15	70	85
I Putu Krisna Adi Pradana	7	10	45	55
I Gede Abi Yudita Putra	8	8	45	53
I Gusti Ayu Komang Puspa Dita Wulandari	9	0	75	75
I Dewa Putu Rama Aditya Wiguna	10	5	80	85
Putu Anya Permata	11	10	67	77
Komang Adhitana Duta Satyaseva	12	5	50	55
Putu Ryuda Saputra	13	0	60	60
Ni Made Widianing Sugiari	14	10	55	65
Ni Kadek Ayu Wira Cantika Kanaya Putri	15	15	85	100
Gede Arya Giri Putra Wijaya	16	0	85	85
Putu Queenbie Agnihothra Bhagawanti Suharta	17	4	50	54
I Made Adinata Sanjaya	18	15	65	80
I Ketut Dimas Kiharsa Adhiguna	19	3	80	83
Esperanza Xistus Hindrarto	20	0	70	70
Agung Felix Mandala Rusas	21	8	90	98
Gede Budi Angga Pratama	22	0	0	0
Ayu Widia Gayatri	23	3	10	13
Putu Pratama Mahardika	24	0	50	50
Ida Ayu Ambalika Raina Wiradana	25	0	45	45
Ida Ayu Ambika Putri Wiradana	26	8	0	8
Putu Chanda Mahadewi	27	8	35	43
Tommy Eriksen	28	0	40	40
Davin Derian	29	0	20	20
Ketut Alfian Raditya	30	5	20	25
Kadek Velly Hita Maharani	31	8	20	28
I Gusti Agung Ngurah Agung Adipratama Maheswara	32	0	0	0

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SD 2022</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
Elisabeth Metta Maheswari Wangge	33	0	5	5
I Gusti Ayu Isyana Putri Kirana	34	0	25	25
I Kadek Tangkas Swadhya Agasia	35	8	15	23
Kadek Ghian Kurniasaka	36	0	0	0
Putu Febriyani	37	10	10	20
Putu Rama Aryasatya Kumara	38	0	37	37
Keysha Putri Ramadhani	39	0	0	0
Putu Ayu Dewi Pradnyannika	40	0	0	0
Putu Rama Aditya Janitra	41	0	0	0
I Gede Krishna Wiguna Putra Artawan	42	0	0	0
Kadek Dendi Pradipta	43	0	0	0
Gede Mahesa Githa Paramastra	44	0	7	7



### Lampiran 3. Hasil Skor Semifinal GLM SMP 2021

SKOR SEMIFINAL GLM SMP 2021				
NAMA	NO	BUTIR 1	BUTIR 2	TOTAL SKOR
Putu Wahyu Satya Wiryatama	1	90	85	175
Putu Kavya Santha Guna	2	70	40	110
I Putu Dickson Partha Hartopo	3	60	50	110
Putu Gede Bayu Eka Pradipa	4	60	25	85
Calebio Immanuel Stanpo	5	35	30	65
I Made Gede Ngurah Anantara M.P	6	30	11	41
Komang Bramantya Putra Wirawan	7	70	40	110
Putu Satria Nugraha Darma Suta	8	50	0	50
Kadek Putri Alicia Dwita Maharani	9	30	20	50
Putu Abel Kumala Sari	10	34	20	54
I Gusti Ngurah Agung Triksamawan	11	30	18	48
Putu Agus Sumerta Yasa	12	40	35	75
I Gusti Lanang Dhirendra Dwiputra Widyantara	13	5	0	5
Ikhlas Bintang Ramadhan	14	35	20	55
I Gede Surya Baskara Darma	15	0	20	20
Anak Agung Bagus Esa Ananta Weda	16	0	0	0
Ni Made Yunitya Surasmini	17	16	0	16
Kadek Agus Dirgantara	18	5	0	5
I Made Kayana Wira Adnyana	19	0	0	0
Luh Putu Mery Trisnayani	20	20	34	54
Kadek Yoga Dwi Permana	21	14	0	14
Ni Luh Fora Mandalika Pramaswari	22	14	30	44
Ni Putu Dhanya Putri Yudisena	23	20	0	20
Dewa Putu Merta Aditya	24	15	4	19
I Gede Budhi Suartama	25	7	0	7
Nyoman Rayguna Bayu Sudewa	26	0	5	5
Komang Wahyu Adi Putra	27	0	5	5
Putu Fina Tanaya Wijayanti	28	0	1	1
Ni Komang Juwita Mandasari	29	10	0	10
I Made Saskara Bawa	30	0	7	7

#### Lampiran 4.Hasil Skor Semifinal GLM SMP 2022

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMP 2022</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
Ni Putu Gledys Jessica Purnayasa	1	100	88	188
Komang Agus Wira Adnyana	2	60	96	156
Made Sadhu Sangananda	3	100	88	188
Ni Kadek Belinda Maheswari Prahsini	4	44	100	144
I Gede Edra Raka Putra Yudiana	5	40	100	140
Clarence Tamadi	6	100	8	108
I Made Kayana Wira Adnyana	7	8	100	108
Kadek Putri Alicia Dwita Maharani	8	48	100	148
I Gusti Ngurah Agung Triksamawan	9	8	100	108
Gusti Ayu Rani Paramita	10	20	100	120
Kadek Sant Jyoti Putri	11	8	90	98
I Gusti Agung Ayu Dyah Maharani	12	20	40	60
Agung Artha Derooney Rusas	13	0	100	100
Gede Andika Mulyadana	14	8	48	56
I Wayan Wahyu Amerta	15	8	80	88
Putu Satria Nugraha Darma Suta	16	0	84	84
Kadek Yoga Dwi Permana	17	8	76	84
Kadek Tora Mahatma	18	16	24	40
Ni Komang Cahya Putri Lestari	19	48	40	88
I Ketut Arijuna Aryawangsa	20	16	48	64
Kadek Ardiona Mahatma Kusmeiran	21	48	24	72
Ni Kadek Pradnya Lestari	22	4	16	20
Putu Rizki Manik Widiadnyana	23	32	48	80
Ackhava Adam Malonda	24	36	40	76
Ni Wayan Kheysa Mas Eka Putri	25	12	64	76
Anak Agung Made Wulandari	26	8	24	32
I Gusti Lanang Dhirendra Dwiputra Widyantara	27	44	0	44
Ni Putu Dhanya Putri Yudisena	28	20	16	36
Made Dio Suginanda Prabawa	29	16	8	24
Putu Putra Mahestra	30	8	16	24

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMP 2022</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
I Putu Gemilang Satria Suryawan	31	8	12	20
Kadek Joe Devara	32	20	0	20
A.A.Ayu Kesia Vilia	33	12	8	20
I Made Sadhu Pradnya Arjawa	34	8	8	16
Putu Fina Tanaya Wijayanti	35	4	8	12
Dewa Putu Merta Aditya	36	8	0	8
I Gede Budhi Suartama	37	8	0	8
Kenji Dedi Zulfady	38	4	0	4
Ade Naruto	39	4	0	4
Komang Bramantya Putra Wirawan	40	0	0	0



**Lampiran 5.Hasil Skor Semifinal GLM SMP 2023**

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMP 2023</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
Ackhava Adam Malonda	1	0	1	1
Kimi Arion Divayana	2	0	8	8
I Putu Gemilang Satria Suryawan	3	4	2	6
Putu Satria Nugraha Darma Suta	4	4	0	4
Kadek Putri Alicia Dwita Maharani	5	0	1	1
Dewa Putu Merta Aditya	6	8	0	8
I Ketut Arijuna Aryawangsa	7	0	1	1
Putu Yoga Diatmika	8	3	1	4
Muhammad Abhista Favian Azizi	9	0	1	1
I Putu Agnan Prayudha Widiantera	10	3	1	4
I Wayan Wahyu Amerta	11	0	0	0
Kenji Dedi Zulfady	12	0	2	2
Naswa Dinar Anggita	13	0	1	1
Naufal Muttaqin	14	0	1	1
Gede Andika Mulyadana	15	0	1	1
I Gusti Lanang Dhirendra Dwiputra Widyantara	16	0	0	0
I Putu Pradnyan Les Winarya M	17	0	0	0
I Made Kayana Wira Adnyana	18	3	0	3
Ketut Andra Nugraha Utama	19	0	2	2
I Putu Bagus Surya Nata	20	0	1.5	1.5
Putu Putra Mahestra	21	0	1	1
Made Sadhu Sangananda	22	3	1	4
Kadek Sant Jyoti Putri	23	0	1	1
Gede Suantara	24	0	1	1
Aluna Asyifa Marlian	25	3.25	0	3.25
Agung Artha Derooney Rusas	26	0	0	0
Putu Ryuda Saputra	27	0	0	0
Putu Queenbie Agnihothra Bhagawanti Suharta	28	3	0	3
I Komang Agus Tirta Mahardika	29	0	0	0
Dewa Made Delvin Bevan Ananta Winatha	30	0	0	0
I Made Wahyu Bimantara	31	2	0	2
Intan Ananda Destyanti	32	1	0	1
Clarence Tamadi	33	1	0	1

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMP 2023</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
Evan Aditya Dharmawan	34	0	1	1
Gede Mahesa Githa Paramastra	35	0	0.5	0.5
I Made Aditya Juliarta	36	0	0	0
Putu Nia Pratiwi	37	0	0	0
Sagita Cinta Ananta	38	0	0	0
I Komang Gauthama Danoeananda Radiasa	39	0	0	0
Gita Amelia Dharmawan	40	0	0	0
Ni Kadek Ayu Keyzia Candra Dewi	41	0	0	0
Ngurah Agung Yodya Gautama	42	0	0	0
Nyoman Satwika Wisnu Putra	43	0	0	0
Putu Gilang Ikranagara	44	0	0	0
Nanda Tua Saputra Butar-Butar	45	0	0	0



**Lampiran 6 . Hasil Skor Semifinal GLM SMA 2021**

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMA 2021</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
Anak Agung Gde Krisna Kesumawijaya	1	100	81	181
I Nyoman Narayan Kitas Utama	2	100	72	172
I Putu Wisnu Jaya Wardana	3	70	30	100
I Gede Ngurah Bagus Arthayasa	4	82	30	112
Jocelyne Kristiana Thayono	5	48	40	88
Ni Luh Putu Happy Nirmala	6	38	30	68
Salomo Agung Adrianto Rehmina Hutapea	7	36	40	76
Annisa Nur Fariha	8	30	22	52
I Putu Widhianugraha Yogiswara	9	38	50	88
Putu Ardanatha Pratama	10	28	0	28
Made Allan Theja Kurniawan	11	36	0	36
I Putu Adhitya Swarmantara	12	34	22	56
I Wayan Ananda Murtika Wibawa	13	40	16	56
I Gusti Bagus Mahendra Danuartha	14	30	18	48
Tan Joshua	15	30	38	68
Steve Aditya Gandha	16	20	0	20
Dewa Ayu Nyoman Dhyana Dharmikaputri	17	40	0	40
Michelle Prasetyo	18	40	20	60
Ni Kadek Wina Dwipayani	19	30	28	58
Putu Taty Berliana	20	0	34	34
I Gede Rizky Putra Arnawa	21	20	8	28
Made Laksmi	22	20	8	28
Ni Putu Okta Novita Dewi	23	16	0	16
Nyoman Agung Ardi Wiranata	24	16	0	16
Ida Ayu Erlian	25	16	0	16
I Kadek Ryan Dwi Anata Putra	26	6	10	16
Dewa Made Krisna Dharma Putra	27	16	18	34
Ni Kadek Berlian Dwipasari	28	15	13	28
I Putu Werdi Wiguna	29	15	13	28
Putu Aditya Krishna Paramartha	30	16	8	24

## Lampiran 7. Hasil Skor Semifinal GLM SMA 2022

SKOR SEMIFINAL GLM SMA 2022				
NAMA	NO	BUTIR 1	BUTIR 2	TOTAL SKOR
Bryan Junov Scofield Ramadhan	1	80	100	180
Ni Wayan Pradnyadhari Kusumaputri	2	100	100	200
I Putu Wahyu Mahendra	3	90	80	170
Putu Taty Berliana	4	100	90	190
I Gede Ari Juna Putra	5	100	20	120
Ikhlas Bintang Ramadhan	6	85	90	175
Putu Kavya Santha Guna	7	30	98	128
I Gede Rizky Putra Arnawa	8	30	100	130
Luh Novi Kristiana	9	50	80	130
Putu Waishna Dyas Kesava	10	65	75	140
I Komang Ari Mantara	11	20	100	120
Wayan Raditya Putra	12	35	65	100
Gusti Ayu Prita Asti Utami	13	85	55	140
Putu Gede Bayu Eka Pradipa	14	45	90	135
I Putu Dickson Partha Hartopo	15	45	70	115
Kadek Yudina Santhi Widyastika	16	80	57	137
Ketut Masayu Arisanti	17	75	60	135
Ni Komang Triya Darma Cahyani	18	0	100	100
Gusti Ayu Dewi Astinasari	19	60	65	125
Luh Devi Naesila Putri	20	45	20	65
Rahma Ulandani	21	50	20	70
Ni Made Anggreni	22	100	5	105
Dewa Made Subagiarta	23	15	60	75
Luh Adelia Pratiwi Djelantik	24	65	15	80
I Gede Sadhu Surya Guna	25	65	25	90
I Gusti Bagus Mahendra Danuartha	26	20	0	20
Anak Agung Vic Widhiana Putra	27	27	45	72
Putu Abel Kumala Sari	28	45	5	50
I Nyoman Narayan Kitas Utama	29	30	32	62
I Putu Dirga Bramesta Wijana	30	0	35	35
M. Ridwan Ghani Abhirama	31	25	32	57
Ni Putu Ary Putri Cahyani	32	55	0	55
Firila Najma Wahidah	33	0	25	25
I Komang Mahija Kayana Suryanarta	34	5	20	25
I Wayan Divta Parama Tirtha	35	0	40	40
Jocelyne Kristiana Thayono	36	2	27	29
Dewa Ayu Nyoman Dhyana Dharmikaputri	37	0	15	15
I Kadek Adjie Sastra Doananda Radiasa	38	0	0	0

**Lampiran 8. Hasil Skor Semifinal GLM SMA 2023**

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMA 2023</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
I Putu Dickson Partha Hartopo	1	7	4	11
Putu Kavya Santha Guna	2	7	6	13
Gregorius Willson	3	1	4	5
Javier Enrique Wong	4	1	4	5
Demetrio Franklyn Edryan	5	4	3	7
Nickolaus Jody Rahardjo	6	0	4	4
Putu Gede Bayu Eka Pradipa	7	2	4	6
Vincentius Alvin Rumantir	8	1	5	6
Bryan Junov Scofield Ramadhan	9	2	4	6
Ikhlas Bintang Ramadhan	10	3	2	5
Made Dio Suginanda Prabawa	11	0	0	0
I Gusti Ngurah Agung Triksamawan	12	0	4	4
Calebio Immanuel Stanpo	13	1	4	5
I Komang Arimantara	14	0	5	5
Ida Bagus Made Aditya Setyawan	15	0	5	5
James Mayer Gunawan	16	0	5	5
Nyoman Satya Dharma Putra	17	0	5	5
Nendra Yanuaga Replikso	18	0	0	0
Ida Bagus Jyotisa Bawana Putra	19	1	1	2
Marcello Edocia	20	2	0	2
I Putu Wahyu Mahendra	21	0	4	4
Jesslyn Ashley Ruswan	22	0	4	4
Made Shintya Ayudia Priantini	23	2	2	4
Putu Rizki Manik Widiadnyana	24	3	0	3
Sang Ayu Putu Andini Desyagita	25	2	1	3
Dewa Kade Prajumna Palosa	26	0	0	0
Ni Kadek Meita Devi Caroline Mertayani	27	0	0	0
Tri Aditya Wiguna	28	0	0	0
Aero Dalvin Sidi	29	1	0	1
Anak Agung Putu Arda Nareswara	30	1	0	1
I Wayan Nugie Nugraha	31	0	1	1
Komang Agus Wira Adnyana	32	1	0	1
Ni Made Chandra Sriwijaya Putri	33	0	1	1
Putu Ardanatha Pratama	34	0	1	1
Wayan Raditya Putra	35	1	0	1

### Lampiran 9. Hasil Skor Semifinal GLM SMK 2021

SKOR SEMIFINAL GLM SMK 2021				
NAMA	NO	BUTIR 1	BUTIR 2	TOTAL SKOR
Putu Utama	1	40	60	100
Putu Wijana	2	40	40	80
Kadek Era Damayani	3	40	0	40
I Made Agus Wedananda Putra	4	20	20	40
Kadek Putri Ratna Dewi	5	15	0	15
Putu Chandra Sabna Wati	6	15	0	15
Ni Made Desi Virdayanti	7	15	0	15
Bonita Ramadhani	8	0	0	0



**Lampiran 10. Hasil Skor Semifinal GLM SMK 2022**

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMK 2022</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
Kadek Hendrawan Putra Karen	1	0	10	10
Mario Ananda Wijaya	2	15	45	60
Ika Putri Wahyuningtyas	3	5	5	10
Lusiana Dian Indraswari	4	20	10	30
Bonita Ramadhani	5	30	10	40
Variski Ananda Putra Hermawan	6	15	45	60
Putu Wijana	7	45	10	55
Putu Oktaviani	8	30	30	60
Putu Utama	9	15	10	25
Kadek Putri Ratna Dewi	10	15	10	25
Ni Putu Firna Yanti	11	0	0	0
Putu Aprillia Susanti Asih	12	15	5	20
Ni Putu Hana Desiyanthi	13	15	5	20
Ni Ketut Kartini	14	10	5	15
I Putu Ngurah Bayu Prasetya Putra	15	10	5	15
Putu Riska Yanti	16	5	10	15
Putu Krisna	17	5	10	15
Martinius Yohanes Gardena	18	5	5	10
Putu Yuni Kurniawati	19	5	5	10
Ni Komang Wulan Tristia Dewi	20	5	5	10

**Lampiran 11. Hasil Skor Semifinal GLM SMK 2023**

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMK 2023</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
I Putu Ngurah Bayu Prasetya Putra	1	1.75	8	9.75
Putu Andre	2			0
Ketut Evayana Ari Putra	3	0.75		0.75
Ni Kadek Dwi Ratih Satya Purnama Dewi	4			0
Kadek Ardika	5	1		1
Putu Gede Mikha Melchia	6	2		2
Ni Kadek Chintya Dwi Ariyuni	7			0
Putu Erli Andini	8	0.75	1	1.75
Vela Kusmawati	9	1.5	2	3.5
I Wayan Martinarya Winata	10	1.5		1.5
Putu Krisna	11	1.25		1.25
Kadek Rendi Budiarta	12	1	2	3
Hafizh Arrizal Hadi	13	1	2	3
Komang Artama	14	1		1
Aisyatul Khoiriyah	15	0.5	2	2.5
Kadek Dwi Anggi Rahayuni	16	1.5	1	2.5
Selen Audry	17	0.25	0	0.25
Najwa Fitria Adisty	18	1	1	2
Rimba Nevada	19	2		2
Achmad Muzaqi Azziban	20	1	1	2
Tri Purwati	21			0
Dian Cahyadi	22	0.75	1	1.75
Ardina Putri Rizqi Amarta	23	1.25		1.25
Kadek Agustini	24		1	1
Dewina Tri Buana	25	1		1
I Wayan Juli	26	0.75		0.75
Martinius Yohanes Gardena	27	1.5	1	2.5
Putu Adelia Shinta Rumanti	28	1.5	1	2.5
Kevin Aryasena Marcelino	29	0.5		0.5
Ni Putu Diah Pradnya Paramita Candra Dewi	30	0.25	0	0.25
Gusti Putu Nandika Verdyanta	31	0	0	0
Putu Ayu Candra Aryani	32	0		0
Kadek Angga Wijaya	33	0.5	1	1.5
Kadek Devi Safitri	34	1.5	0	1.5
Bayu Tirta Nugraha	35	0.25	1	1.25

<b>SKOR SEMIFINAL GLM SMK 2023</b>				
<b>NAMA</b>	<b>NO</b>	<b>BUTIR 1</b>	<b>BUTIR 2</b>	<b>TOTAL SKOR</b>
Kadek Ariksha Ayadi	36	1		1
Ni Kadek Lia Pamita Hardiyanti	37	1		1
Hellen Glory	38	0.75	0	0.75



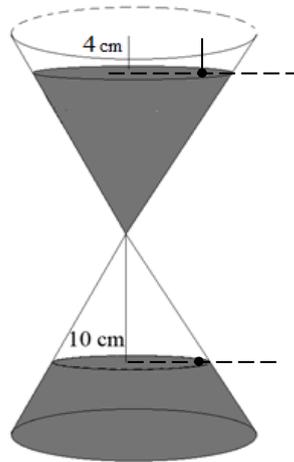
## Lampiran 12. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SD 2021

1. Suatu peternakan memiliki 4 jenis hewan ternak, yaitu sapi, kambing, ayam, dan bebek. Banyaknya hewan berkaki empat setengahnya dari jumlah hewan berkaki dua. Banyaknya ayam dua kali dari banyaknya bebek dan banyaknya kambing 100 lebihnya dari banyaknya sapi. Jumlah semua hewan ternak di peternakan tersebut adalah 900 ekor. Jika telah terjual, seekor ayam, bebek, sapi, dan kambing memberikan keuntungan masing-masing secara berurutan Rp10.000,00, Rp15.000,00, Rp5.000.000,00, dan Rp3.000.000,00, maka tentukanlah keuntungan yang dapat diperoleh peternak jika semua hewan ternak dijual!

PEMBAHASAN	SKOR
<p><b>(Memahami Soal)</b>  Diketahui :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Banyaknya hewan berkaki empat setengahnya dari jumlah hewan berkaki 2</li> <li>- Banyaknya ayam dua kali dari banyaknya bebek.</li> <li>- Banyaknya kambing 100 lebihnya dari banyaknya sapi.</li> <li>- Jumlah semua hewan ternak di peternakan tersebut adalah 900 ekor.</li> <li>- Masing-masing seekor ayam, bebek, sapi, dan kambing memberikan keuntungan masing-masing Rp. 10.000,00, Rp. 15.000,00, Rp. 5.000.000,00, dan Rp.3.000.000,00.</li> </ul> <p>Ditanya :</p> <p>Keuntungan total yang dapat diperoleh peternak tersebut dari penjualan hewan ternak adalah...?</p>	15
<p><b>(Menghitung dengan benar)</b>  Jawab :</p> <p>Misalkan :</p> <p><math>a</math> = banyaknya ayam di peternakan  <math>b</math> = banyaknya bebek di peternakan  <math>s</math> = banyaknya sapi di peternakan  <math>k</math> = banyaknya kambing di peternakan</p> $\frac{1}{2}(a+b) = s+k$ $a+b = 2(s+k)$ $a+b = 2s + 2k \dots (1)$ $a = 2b \dots (2)$ $k = s + 100 \dots (3)$	45

PEMBAHASAN	SKOR
<p><math>a + b + s + k = 900 \dots (4)</math></p> <p>Substitusi pers 1 ke 4 sehingga diperoleh</p> $(2s + 2k) + s + k = 900$ $3s + 3k = 900 \dots (5)$ <p>Eliminasi pers 3 dan 5 sehingga diperoleh</p> $\begin{array}{r l} 3s + 3k = 900 & \times 1 \Rightarrow 3s + 3k = 900 \\ k - s = 100 & \times 3 \Rightarrow \underline{3k - 3s = 300} + \\ \hline & 6k = 1200 \\ & k = 200 \end{array}$ <p>Jika <math>k = 200</math>, maka nilai <math>s = 100</math></p> <p>Substitusi <math>k = 200</math> dan <math>s = 100</math> ke pers (1) sehingga diperoleh</p> $a + b = 2(100) + 2(200)$ $a + b = 200 + 400$ $a + b = 600 \dots (6)$ <p>Substitusi pers (2) ke pers (6) sehingga diperoleh</p> $(2b) + b = 600$ $b = 200$ <p>Karena <math>b = 200</math>, maka nilai dari <math>a = 400</math>.</p> <p>Sehingga, jumlah masing-masing hewan ternak yaitu terdapat 400 ekor ayam, 200 ekor bebek, 200 ekor kambing, dan 100 ekor sapi.</p>	
<p>Keuntungan maksimum jika semua hewan dijual yaitu:</p> <p>Keuntungan dari penjualan sapi = <math>100 (Rp.5.000.000) = Rp.500.000.000</math></p> <p>Keuntungan dari penjualan kambing = <math>200(Rp3.000.000,00) = Rp600.000.000</math></p> <p>Keuntungan dari penjualan ayam = <math>400 (Rp.10.000) = Rp.4.000.000</math></p> <p>Keuntungan dari penjualan bebek = <math>200 (Rp. 15.000) = Rp.3.000.000</math></p> <p>Keuntungan total = <math>Rp.500.000.000 + Rp.600.000.000 + Rp. 4.000.000 + Rp. 3.000.000 = Rp. 1.107.000.000,00</math>.</p>	30
<p><b>(Menyimpulkan)</b></p> <p>Jadi, keuntungan yang dapat diperoleh oleh peternak jika menjual semua hewan ternaknya yaitu Rp. 1.107.000.000,00.</p>	10

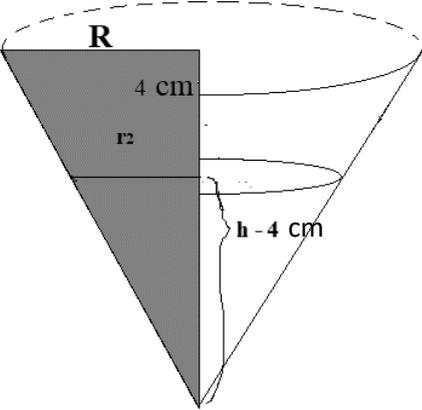
2. Perhatikan gambar bangun berikut!



Sebuah bangun berbentuk kerucut yang sama yang berhimpitan sedemikian sehingga seperti pada gambar. Masing-masing kerucut diisi cairan dengan volume yang sama. Jika pada kerucut atas memiliki jarak 4 cm dari alas kerucut ke cairan dan kerucut bawah berjarak 10 cm dari titik puncak ke cairan. Tentukanlah tinggi bangun yang dibentuk oleh kedua kerucut tersebut!

PEMBAHASAN	SKOR
<p><b>(Memahami soal )</b></p> <p>Diketahui :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✚ Sebuah bangun berbentuk kerucut yang sama yang berhimpitan.</li> <li>✚ Masing-masing kerucut diisi cairan dengan volume yang sama.</li> <li>✚ Kerucut atas memiliki jarak 4 cm dari alas kerucut ke cairan.</li> <li>✚ Kerucut bawah memiliki jarak 10 cm dari puncak kerucut ke cairan.</li> </ul> <p>Ditanya :</p> <p>Tinggi bangun yang dibentuk oleh kedua kerucut tersebut =...?</p>	15
<p><b>(Menghitung dengan benar )</b></p> <p>Jawab :</p> <p>Kita pandang kerucut atas dan kerucut bawahnya :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✚ Kerucut bawah</li> </ul>	25

PEMBAHASAN	SKOR
<div data-bbox="400 309 823 719" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="363 770 746 801">Sehingga, dapat diperoleh yaitu</p> <p data-bbox="363 837 1104 904">Volume cairan kerucut bawah = <math>\frac{\pi}{3} R^2 h - \frac{\pi}{3} (r_1)^2 (10) \dots (1)</math></p> <p data-bbox="363 949 1171 1016">Dengan sifat kesebangunan pada segitiga yang diarsir pada kerucut tersebut, diperoleh yaitu</p> $\frac{r_1}{10} = \frac{R}{h}$ $r_1 = \frac{10R}{h}$ <p data-bbox="363 1263 1139 1330">Dengan mensubstitusikan <math>r_1 = \frac{10R}{h}</math> ke pers 1 sehingga diperoleh</p> <p data-bbox="363 1375 1088 1666">Volume cairan kerucut bawah = <math>\frac{\pi}{3} R^2 h - \frac{\pi}{3} \left( \frac{10R}{h} \right)^2 (10)</math></p> $= \frac{\pi}{3} R^2 h - \frac{\pi}{3} \left( \frac{1000R^2}{h^2} \right)$ $= \frac{\pi}{3} R^2 \left( h - \frac{1000}{h^2} \right)$	
<p data-bbox="363 1733 580 1765">✚ Kerucut atas :</p>	25

PEMBAHASAN	SKOR
 <p>Sehingga, dapat diperoleh yaitu</p> <p>Volume cairan kerucut atas = <math>\frac{\pi}{3}(r_2)^2(h-4) \dots (2)</math></p> <p>Dengan sifat kesebangunan segitiga yang diarsir pada kerucut tersebut, diperoleh:</p> $\frac{r_2}{h-4} = \frac{R}{h}$ $r_2 = \frac{(h-4)R}{h}$ <p>Substitusi <math>r_2 = \frac{(h-4)R}{h}</math> ke pers. 2 sehingga diperoleh:</p> $\begin{aligned} \text{Volume cairan kerucut atas} &= \frac{\pi}{3} \left( \frac{(h-4)R}{h} \right)^2 (h-4) \\ &= \frac{\pi}{3} R^2 \frac{(h-4)^3}{h^2} \end{aligned}$	
<p>Karena volumenya sama, maka volume cairan kerucut atas = volume cairan kerucut bawah, sehingga diperoleh:</p>	25

PEMBAHASAN	SKOR
$\frac{\pi}{3} R^2 \frac{(h-4)^3}{h^2} = \frac{\pi}{3} R^2 \left( h - \frac{1000}{h^2} \right)$ $\frac{(h-4)^3}{h^2} = h - \frac{1000}{h^2}$ $h^3 - 12h^2 + 48h - 64 = h^3 - 1000$ $12h^2 - 48h - 936 = 0$ $h^2 - 4h - 78 = 0$ <p>Dengan rumus kuadratik, dapat diperoleh :</p> $h_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-78)}}{2(1)}$ $= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 312}}{2}$ $= \frac{4 \pm \sqrt{328}}{2}$ $= \frac{4 \pm 2\sqrt{82}}{2}$ $= 2 \pm \sqrt{82}$ <p>Karena tinggi suatu bangun pasti bilangan positif, maka <math>h = 2 + \sqrt{82}</math> cm.  Maka, tinggi satu buah kerucut adalah <math>2 + \sqrt{82}</math> cm. Bangun tersebut terdiri atas 2 kerucut, maka tinggi bangun yang terbentuk oleh dua kerucut tersebut = <math>2 ( 2 + \sqrt{82} )</math> cm = <math>4 + 2\sqrt{82}</math> cm</p>	
<p><b>(Menyimpulkan )</b></p> <p>Jadi, maka tinggi bangun yang terbentuk oleh dua kerucut tersebut tinggi bangun tersebut adalah <math>4 + 2\sqrt{82}</math> cm <math>\approx 22,11077</math> .</p>	10

## Lampiran 13. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SD 2022

### SEMIFINAL

1. Sebuah pulau baru terbentuk memiliki penduduk laki-laki yang sama banyaknya dengan penduduk perempuan. Jumlah penduduk pulau tersebut selalu tetap dan setiap 5 tahun persentase penduduk laki-laki akan meningkat 5% dan perempuan menurun 5%. Pada tahun ke-25, terjadi penambahan penduduk dengan komposisi 60% perempuan dan 40% laki-laki sehingga perbandingan laki-laki dan perempuan menjadi sama. Jika selisih perempuan dan laki-laki pada tahun ke-10 sebanyak 120 orang, maka jumlah penduduk total setelah pertambahan terjadi adalah ...

**Jawaban:**

**Pembahasan :**

Misalkan :

$S_1$  = Jumlah penduduk awal,  $S_2$  = Jumlah penduduk pendatang

$S_t$  = Jumlah penduduk total,  $P$  = Jumlah perempuan

$L$  = Jumlah laki-laki

$S_1$  tetap dan persentase laki-laki meningkat 5% setiap 5 tahun

$P_2 = 60\% S_2$

$L_2 = 40\% S_2$



Pada tahun ke-10 perbandingan persentase penduduk yaitu  $L_1 = 60\% S_1$  dan  $P_1 = 40\% S_1$ . Karena  $L_1 - P_1 = 120$  orang, maka

$$L_1 - P_1 = 60\% S_1 - 40\% S_1$$

$$120 = 20\% S_1$$

$$S_1 = \frac{120}{0,2} = 600$$

Pada tahun ke-25 perbandingan persentase penduduk yaitu  $L_1 = 75\% S_1$  dan  $P_1 = 25\% S_1$ . Diperoleh

$$L_1 = 75\% S_1 = 0,75 \times 600 = 450$$

$$P_1 = 25\% S_1 = 0,25 \times 600 = 150$$

Perbandingan persentase penduduk pindahan yaitu  $L_2 = 40\% S_2$  dan  $P_2 = 60\% S_2$ . Setelah pertambahan  $P : L = 1 : 1$ , maka

$$L_1 + L_2 = P_1 + P_2$$

$$450 + 40\% S_2 = 150 + 60\% S_2$$

$$300 = 20\% S_2$$

$$S_2 = \frac{300}{0,2} = 1500$$

$$S_t = S_1 + S_2 = 600 + 1500 = 2100$$

Jadi jumlah penduduk total setelah pertambahan terjadi adalah  $S_t = 2100$  orang.

2. Kata Kombinatorika tersusun atas huruf-huruf K, O, M, B, I, N, A, T, O, R, I, K, A. Tentukan banyaknya susunan 3 huruf yang mungkin dapat dibuat dari huruf-huruf tersebut jika huruf-huruf tersebut tidak boleh berulang!

**Jawaban: 610 Susunan**

**Pembahasan:**

- Ketiga huruf berbeda : ( terdapat beberapa huruf berbeda yaitu K, O, M, B, I, N, A, T, R)

Sehingga susunan yang dapat dibuat :

Huruf 1	Huruf 2	Huruf 3
9	8	7

Maka, banyak susunan yang dapat dibuat yaitu  $9 \times 8 \times 7 = 504$  susunan

- Dua huruf sama : ( contoh : KKA, KKI, KKO, dst )

Sehingga susunan yang dapat dibuat yaitu 2 huruf K :

K	K	8
---	---	---

K	K	K
---	---	---

K	K	K
---	---	---

Maka banyak susunan yang dapat dibuat yaitu 24 susunan

2 huruf O :

O	O	K
---	---	---

K	O	O
---	---	---

O	K	O
---	---	---

Maka, banyaknya susunan yang dapat dibuat yaitu 24 susunan

2 huruf I :

I	I	K
---	---	---

I	K	I
---	---	---

K	I	I
---	---	---

Maka, banyaknya susunan yang dapat dibuat yaitu 24 susunan

2 huruf A :

A	A	K
---	---	---

A	K	A
---	---	---

K	A	A
---	---	---

Maka, banyaknya susunan yang dapat dibuat yaitu 24 susunan

Sehingga, banyaknya susunan yang dapat dibuat dengan 2 huruf yang sama yaitu  $4(24) = 96$

Jadi, banyaknya kemungkinan susunan huruf yang dapat dibuat dari huruf tersebut yaitu  $504 + 96 = 610$  susunan.

## Lampiran 14. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SD 2023

### SEMIFINAL

1. Di dalam kardus terdapat bola berwarna merah dan hijau. Bola merah sejumlah  $(x + y)^2$  dan bila bola hijau sejumlah  $10x + 4y$ . Diketahui  $x$  dan  $y$ , merupakan penyelesaian sistem persamaan dua variabel yakni  $2x + 3y - 15 = 0$  dan  $3x + 2y - 15 = 0$ . Akan diambil bola satu persatusebanyak dua kali tanpa pengembalian pada kardus tersebut. Peluang terambilnya bola pertama berwarna merah dan bola kedua berwarna hijau adalah, ...

**Jawaban:**  $\frac{36}{143}$

**Pembahasan:**



- Gunakan metode eliminasi untuk menentukan nilai  $y$

$$2x + 3y = 15 \quad | \times 3 | \quad 6x + 9y = 45$$

$$3x + 2y = 15 \quad | \times 2 | \quad \frac{6x + 4y = 30}{5y = 15}$$

$$y = 3$$

- Kemudian, substitusikan nilai  $y = 3$  ke salah satu persamaan

$$2x + 3y = 15$$

$$2x + 3 \cdot 3 = 15$$

$$2x + 9 = 15$$

$$2x = 15 - 9$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Jadi, jumlah bola yang berwarna merah sebanyak 36 buah

- Selanjutnya, mencari nilai  $10x + 4y$

$$= 10(3) + 4(3)$$

$$= 30 + 12$$

$$= 42$$

Jadi, jumlah bola yang berwarna hijau sebanyak 42 buah

- Menentukan peluang terambilnya bola pertama berwarna merah dan Pengambilan kedua berwarna hijau. Terdapat 36 bola berwarna merah dan 42 bola berwarna hijau, bola diambil satu-persatu tanpa pengambilan.

- Percobaan pertama terambilnya bola berwarna merah

$$\text{Ruang sampel} = 78$$

$$P_1 = \frac{36}{78}$$

$$= \frac{6}{13}$$

Bola yang sudah diambil tidak akan dikembalikan, sehingga ruang sampel akan berkurang Satu

- Percobaan kedua terambilnya bola berwarna hijau

$$\text{Ruang sampel} = 77$$

$$P_2 = \frac{42}{77}$$

$$= \frac{6}{11}$$

Maka, peluang terambilnya bola pertama berwarna putih dan kedua berwarna biru

$$P = \frac{6}{13} \times \frac{6}{11}$$

$$= \frac{36}{143}$$

2. Terdapat 5 bilangan tak nol A, B, C, D, E dengan  $A < B < C < D < E$ . Diberikan sebuah petunjuk sebagai berikut

- $FPB(A, B, C, D, E) = \frac{1}{2}A$
- $FPB(A, C, E) = A$
- $KPK(C, E) = 192$
- Rata-rata 5 bilangan = C
- $2C = 4A = B + D$

Tentukan  $E - B + 2D + C - 5A$  bilangan tersebut

**Jawaban: 112**

**Pembahasan:**

- Karena diketahui  $2C = 4A = B + D$  jadi diperoleh

$$2C = 4A$$

$$C = 2A$$

$$4A = B + D$$

$$D = 4A - B$$

- Rata-rata 5 bilangan = C jadi diperoleh

$$\frac{A + B + C + D + E}{5} = C$$

$$A + B + C + D + E = 5C$$

$$A + B + 2A + 4A - B + E = 5C$$

$$7A + E = 5C$$

$$7A + E = 5(2A)$$

$$E = 10A - 7A$$

$$E = 3A$$

- Karena  $KPK(C, E) = 192$  jadi diperoleh

$$C = 2A \rightarrow 2A, 4A, 6A$$

$$E = 3A \rightarrow 3A, 6A$$

Sehingga  $KPK$  dari  $(C, E)$  adalah

$$6A = 192$$

$$A = \frac{192}{6}$$

$$A = 32$$

$$\text{Jadi } A = 32, C = 64, E = 96$$

- Karena  $FPB(A, B, C, D, E) = \frac{1}{2}A$  dengan mensubstitusi  $A = 32$  diperoleh

$$\frac{1}{2} \cdot 32 = 16$$

Maka B harus habis dibagi 16 dimana  $A < B < C$ , sehingga  $32 < B < 64$  maka nilai yang memenuhi untuk B adalah 48

- Untuk menentukan nilai D

$$D = 4A - B$$

$$D = 4(32) - 48$$

$$D = 128 - 48$$

$$D = 80$$

Jadi diperoleh nilai  $A = 32$ ,  $B = 48$ ,  $C = 64$ ,  $D = 80$ ,  $E = 96$  maka,

$$E - B + 2D + C - 5A$$

$$= 96 - 48 + 2(80) + 64 - 5(32)$$

$$= 96 - 48 + 160 + 64 - 160$$

$$= 112$$



### Lampiran 15. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMP 2021

1. Jika tahun lahir, bulan lahir, dan tanggal lahir seseorang disusun secara berurutan, maka dapat membentuk bilangan 8 digit. Sebagai contoh, Ami lahir pada tanggal 3 Maret 2001 maka dapat di tulis 20010303. Bilangan 8 digit itu dapat dikatakan bilangan “Maha Kuasa” jika habis di bagi 25. Jika  $n$  adalah banyaknya bilangan kuasa jika orang tersebut lahir di tahun 2020 dan  $m$  menyatakan digit terakhir dari  $n^{2020} + (n+1)^{2019} + \dots + (n+10)^{2010}$ . Maka banyak faktor positif dari

$$\sqrt{n^m + \sqrt{(m+n)\sqrt{(m+n)\sqrt{\dots}}}} + \sqrt{(m+n+1)\sqrt{(m+n+1)\sqrt{\dots}}} + \sqrt{(m+n+2)\sqrt{(m+n+2)\sqrt{\dots}}}$$

adalah?

Pembahasan	Skor
<p>Diketahui :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Bilangan “Maha Kuasa” adalah bilangan 8 digit yang disusun berdasarkan tahun, bulan, tanggal lahir</li> <li>- <math>n</math> merupakan banyaknya bilangan kuasa jika orang tersebut lahir di tahun 2020</li> <li>- <math>m</math> menyatakan digit terakhir dari <math>n^{2020} + (n+1)^{2019} + \dots + (n+10)^{2010}</math>.</li> </ul> <p>Ditanyakan :</p> <p>Banyaknya faktor positif dari</p> $n^m + \sqrt{(m+n)\sqrt{(m+n)\sqrt{\dots}}} + \sqrt{(m+n+1)\sqrt{(m+n+1)\sqrt{\dots}}} + \sqrt{(m+n+2)\sqrt{(m+n+2)\sqrt{\dots}}}$	<p><b>10</b></p>

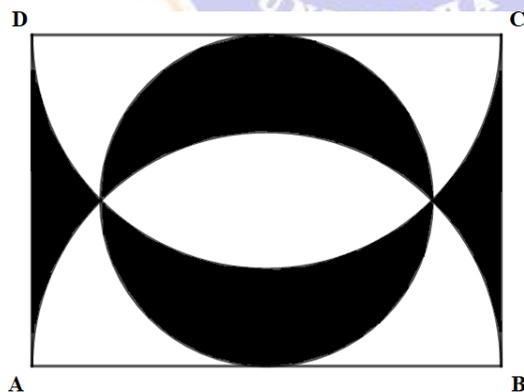
Pembahasan	Skor
<p>Bilangan 8 digit tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut pada tahun 2020:  <math>2020ABCD</math> dengan <math>AB</math> merupakan digit yang menyatakan tahun lahir <math>01 \leq AB \leq 12</math>  <math>2020ABCD</math> dengan <math>CD</math> merupakan digit yang menyatakan tanggal lahir <math>01 \leq CD \leq 31</math></p> <p>Bilangan tersebut disebut Maha Kuasa jika hasil di bagi 25. Ciri-ciri bilangan hasil dibagi 25 adalah jika 2 digit terakhirnya adalah 00 atau 25 atau 50 atau 75. Sehingga bilangan <math>CD</math> yang memenuhi adalah 25</p>	<b>20</b>
<p><math>2000AB25</math> dengan <math>01 \leq AB \leq 12</math></p> <p>Maka banyaknya bilangan Maha Kuasa yaitu <math>n = 12</math></p>	<b>15</b>
$n^{2020} + (n+1)^{2019} + \dots + (n+10)^{2010} = 12^{2020} + 13^{2019} + \dots + 22^{2010}$	<b>20</b>



Pembahasan	Skor
<p>digit terakhir dari <math>12^{2020} + 13^{2019} + \dots + 22^{2010}</math> adalah</p> $12^{2020 \bmod 4} + 13^{2019 \bmod 4} + \dots + 22^{2000 \bmod 4} = 6 + 7 + 6 + 5 + 6 + 3 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 = 43$ <p>yang digit satuannya adalah 3. Sehingga <math>m = 3</math></p>	
<p>Maka,</p> $n^m + \sqrt{(m+n)}\sqrt{(m+n)}\sqrt{\dots} + \sqrt{(m+n+1)}\sqrt{(m+n+1)}\sqrt{\dots}$ $+ \sqrt{(m+n+2)}\sqrt{(m+n+2)}\sqrt{\dots}$ $= 12^3 + \sqrt{15}\sqrt{15}\sqrt{15}\sqrt{\dots} + \sqrt{16}\sqrt{16}\sqrt{16}\sqrt{\dots} + \sqrt{17}\sqrt{17}\sqrt{17}\sqrt{\dots}$ $= 1728 + 15 + 16 + 17$ $= 1776$	<b>20</b>
<p>Maka faktorisasi prima dari 1776 adalah <math>2^4 \cdot 3 \cdot 37</math> sehingga banyak faktor positif dari 1776 adalah <math>(4+1)(1+1)(1+1) = 20</math></p>	<b>15</b>
<b>Total Skor</b>	<b>100</b>

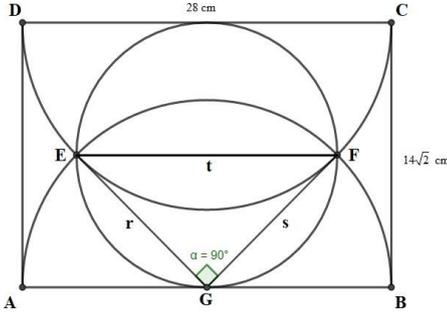
2. Tentukan luas daerah yang diarsir, jika panjang AB dan BC berturut-turut yaitu 28 cm

$\sqrt{2}$  dan 14 cm!



Pembahasan	Skor
<p>Diketahui :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- AB dan BC berturut-turut yaitu 28 cm dan <math>14\sqrt{2}</math> cm</li> </ul> <p>Ditanya :</p> <p>Luas daerah yang diarsir = ... ?</p>	<b>5</b>
<p>Perpotongan lingkaran berdiameter EF dengan AB yaitu di titik G. Perhatikan lingkaran dengan diameter EF, besar suatu sudut keliling yang menghadap diameter</p>	<b>10</b>



Pembahasan	Skor
<p>adalah <math>90^\circ</math>. Sehingga pada lingkaran diameter AB akan terbentuk juring AGB.</p> 	
<p>Diketahui AB adalah 28 cm dan <math>BC = 14\sqrt{2}</math> cm maka luas persegi panjang yaitu</p> $L_{\text{persegi panjang}} = 14\sqrt{2} \text{ cm} \times 28 \text{ cm}$ $L_{\text{persegi panjang}} = 392\sqrt{2} \text{ cm}^2$	<b>10</b>
<p>Panjang diameter <math>EF = 14\sqrt{2}</math> cm</p> <p>Perhatikan setengah lingkaran yang berpusat di G!</p> $L_{\text{tembereng}} = L_{\text{juring } EGF} - L_{\text{segitiga } EGF}$ $= \frac{90}{360} \cdot \pi \cdot 14^2 - \frac{1}{2} \cdot (14\sqrt{2}) \cdot (7\sqrt{2})$ $= 49\pi - 98$ <p>Maka <math>2L_{\text{tembereng}} = 98\pi - 196</math></p>	<b>20</b>
<p>Perhatikan daerah yang diarsir <math>ADE</math> dan <math>BCF</math> :</p> <p>Daerah tersebut merupakan selisih dari luas persegi dengan luas lingkaran yang berdiameter 28 cm dikurangi 2 tembereng.</p> $L_{ADE} + L_{BCF} = 392\sqrt{2} - (\pi \cdot 14^2 - (98\pi - 196))$ $= 392\sqrt{2} - (98\pi + 196)$ $= 392\sqrt{2} - 196 - 98\pi$	<b>20</b>
<p>Perhatikan daerah lingkaran yang berdiameter <math>EF</math> :</p> $L_{\text{arsir}} = \pi \cdot \left(\frac{14\sqrt{2}}{2}\right)^2 - (98\pi - 196)$ $= 196$	<b>15</b>
<p>Luas total daerah yang diarsir <math>= (392\sqrt{2} - 196 - 98\pi) + 196</math></p> $= 392\sqrt{2} - 98\pi$	<b>10</b>
<p>Jadi, luas daerah yang diarsir adalah <math>392\sqrt{2} - 98\pi</math></p>	<b>10</b>
<p><b>Total Skor</b></p>	<b>100</b>

## Lampiran 16. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMP 2022

### SEMIFINAL

#### Soal Uraian

1. Diketahui  $(2^{2p} + 3^{2q})$  dan  $(2^{4p} - 2^{2p}3^{2q} + 3^{4q})$  adalah faktor dari  $2^{2022} + (3^{2022})^3$

. Jika  $f(x)$  menyatakan jumlah faktor positif dari  $x$ , maka nilai maksimum dari

$$\frac{3}{2(2^{p+1}-1)} \times f(2^p) \times f(3^{\frac{3q}{1011}}) \text{ adalah ...}$$

Pembahasan :

Diketahui:

$$(2^{2p} + 3^{2q}) \text{ dan } (2^{4p} - 2^{2p}3^{2q} + 3^{4q}) \text{ adalah faktor dari } 2^{2022} + (3^{2022})^3.$$

$f(x)$  menyatakan jumlah faktor positif dari  $x$ .

Ditanya:

$$\text{Nilai dari } \frac{3}{2(2^{p+1}-1)} \times f(2^p) \times f(3^{\frac{3q}{1011}})?$$

Jawaban:

$$2^{2022} + (3^{2022})^3 = (2^{674})^3 + (3^{2022})^3$$

Mengingat bentuk  $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$ , maka diperoleh:

$$(2^{674})^3 + (3^{2022})^3 = (2^{674} + 3^{2022}) \left[ (2^{674})^2 - 2^{674}3^{2020} + (3^{2022})^2 \right]$$

$$(2^{674})^3 + (3^{2022})^3 = (2^{674} + 3^{2022}) \left[ 2^{1348} - 2^{674}3^{2020} + 3^{4044} \right]$$

Karena  $(2^{2p} + 3^{2q}) = (2^{674} + 3^{2022})$  sehingga

$$2^{2p} = 2^{674}$$

$$2p = 674$$

$$p = 337$$

$$3^{2q} = 3^{2022}$$

$$2q = 2022$$

$$q = 1011$$

Jika  $f(x)$  menyatakan jumlah faktor positif dari  $x$ , maka

$$f(2^p) = f(2^{337}) = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{237}$$

Dengan menggunakan rumus jumlah deret geometri  $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$  didapatkan

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{337} = \frac{1(2^{338} - 1)}{2 - 1}$$

$$f(2^{337}) = 2^{338} - 1$$

$$f\left(3^{\frac{3q}{1011}}\right) = f\left(3^{\frac{3 \times 1011}{1011}}\right) = f(3^3) = 1 + 3 + 3^2 + 3^3$$

$$f(3^3) = 40$$

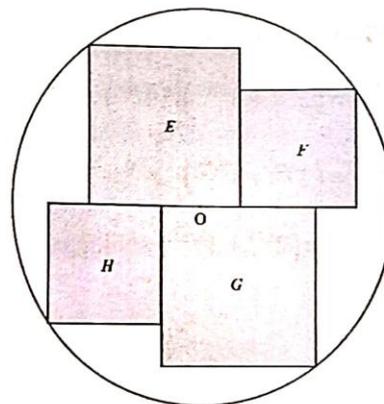
Dengan demikian maka nilai

$$\frac{3}{2(2^{p+1} - 1)} \times f(2^p) \times f\left(3^{\frac{3q}{1011}}\right) = \frac{3}{2(2^{338} - 1)} \times (2^{338} - 1) \times 40 = 60$$

$$\frac{3}{2(2^{p+1} - 1)} \times f(2^p) \times f\left(3^{\frac{3q}{1011}}\right) = \frac{3}{2(2^{338} - 1)} \times (2^{338} - 1) \times 40 = 60$$

Jadi nilai maksimal dari  $\frac{3}{2(2^{p+1} - 1)} \times f(2^p) \times f\left(3^{\frac{3q}{1011}}\right)$  adalah 60

2. Perhatikan gambar di bawah ini !



Diketahui luas persegi H sama dengan luas persegi F dan luas persegi E sama dengan persegi G. Jika O adalah titik pusat lingkaran dan lingkaran tersebut memiliki diameter 40 cm, maka jumlah dari luas persegi E, F, G, dan H adalah...  $cm^2$ .

Pembahasan :

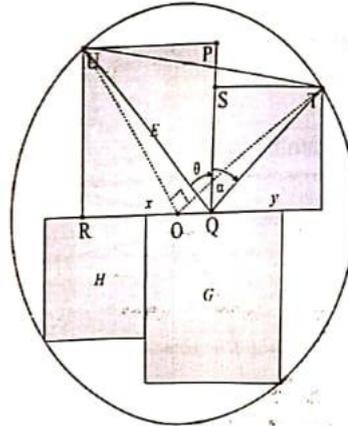
Diketahui :



$$UT^2 = UO^2 + OT^2$$

$$z^2 = (x\sqrt{2})^2 + (y\sqrt{2})^2$$

$$z^2 = 2x^2 + 2y^2$$



Perhatikan bahwa  $m\angle UQT = m\angle UOT$  sehingga  $\Delta UOT$  juga merupakan segitiga siku-siku. Dengan  $UO = OT =$  panjang jari-jari lingkaran.

Diketahui bahwa panjang diameter lingkaran tersebut adalah 40 cm.

Sehingga, panjang jari-jari lingkaran tersebut adalah 20 cm.

Dengan demikian, diperoleh bahwa

$$UT^2 = UO^2 + OT^2$$

$$z^2 = 20^2 + 20^2$$

$$z^2 = 400 + 400 = 800 \text{ cm}^2$$

Perhatikan bahwa jumlah luas persegi E dan F =  $([UPQR] + [STVQ]) =$

$$x^2 + y^2 =$$

$$\frac{1}{2}(z^2).$$

Jadi, jumlah luas persegi E, F, G, dan H adalah jumlah luas persegi =

$$2([UPQR] + [STVQ]) = z^2 = 800 \text{ cm}^2.$$

## Lampiran 17. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMP 2023

### URAIAN

#### Soal:

##### 1. (Geometri Bidang\_Sulit\_9 menit)

Diketahui segitiga ABC merupakan segitiga sama kaki  $m\angle BAC = 20^\circ$ , pada sisi AB terdapat titik D dan di sisi AC terdapat titik E serta berpotongan di F. Jika  $m\angle DCE = 20^\circ$  dan  $m\angle DBE = 30^\circ$ . Tentukan besar sudut FDE

#### Pembahasan :

Diketahui

$\Delta ABC$  sama kaki

$m\angle BAC = 20^\circ$

$m\angle DCE = 20^\circ$

$m\angle DBE = 30^\circ$

Ditanya : Tentukan besar sudut FDE

Dijawab :

Diilustrasikan seperti gambar disamping,

Karena ABC merupakan segitiga sama kaki

$m\angle ABC = m\angle ACB = 80^\circ$ , sehingga

$m\angle EBC = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$

$m\angle DCB = 80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$ , kemudian

$m\angle BEC = 180^\circ - (80^\circ + 50^\circ) = 50^\circ$  dan

$m\angle CFE = 180^\circ - (20^\circ + 50^\circ) = 110^\circ$ .

$m\angle DFE = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ .

$EC = BC$  sehingga dapat dibuat garis CG dan membentuk segitiga sama sisi  $m\angle ECG = 60^\circ$ .

Karena  $m\angle CGE = 60^\circ$ , jadi

$m\angle EGD = 180^\circ - (80^\circ + 60^\circ) = 40^\circ$

Untuk  $m\angle GDC = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) =$

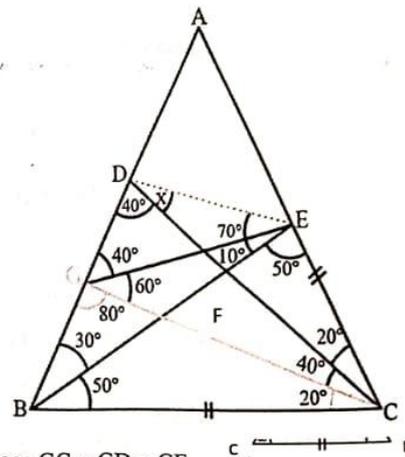
$40^\circ$ . DGE merupakan Segitiga sama kaki sehingga  $GC = GD = GE$ ,

maka segitiga, maka segitiga DGE juga sama kaki sehingga

$m\angle DEG + m\angle EDG = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$ .

Jadi  $FDE = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

Jawaban :  $30^\circ$



##### 2. (Aljabar dan Kombinatorika\_Sulit\_9 menit)

Diberikan sebuah persamaan sebagai berikut:  $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} = a + b\sqrt{5}$ . Dimana nilai dari  $10a + 20b$  menyatakan banyaknya bola di dalam suatu wadah. Selanjutnya diketahui pula selisih peluang diambilnya 2 bola merah dan 2 bola putih adalah  $\frac{3}{5}$ . Maka tentukanlah selisih dari banyaknya bola merah dan bola putih.

#### Pembahasan:

Diketahui :

- $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} = a + b\sqrt{5}$
- Banyak bola =  $10a + 20b$
- Selisih peluang diambilnya 2 bola merah dan 2 bola putih =  $\frac{3}{5}$

Ditanya : Selisih banyak bola merah dan putih

Jawab:

Terlebih dahulu kita harus menyelesaikan persamaan yang diberikan untuk bisa memperoleh banyaknya bola di dalam wadah.

Gunakan sifat berikut ini:

$$(m \pm n)^3 = m^3 \pm 3m^2n + 3mn^2 \pm n^3$$

$$(m \pm n)^3 = m^3 \pm n^3 \pm 3mn(m \pm n)$$

Misalkan:

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$$

$$x^3 = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) + 3\sqrt[3]{2^2 - (\sqrt{5})^2} x$$

$$x^3 = 4 - 3x$$

$$x^3 + 3x - 4 = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 4) = 0$$

i.  $(x - 1) = 0$

$$x = 1$$

ii.  $(x^2 + x + 4) = 0 \rightarrow x$  bukan elemen bilangan real

Misalkan:

$$y = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$$

$$y^3 = (2 + \sqrt{5}) - (2 - \sqrt{5}) - 3(-1)y$$

$$y^3 = 2\sqrt{5} + 3y$$

$$y^3 - 3y - 2\sqrt{5} = 0$$

$$(y - \sqrt{5})(y^2 + \sqrt{5}y + 2) = 0$$

i.  $(y - \sqrt{5}) = 0$

$$y = \sqrt{5}$$

ii.  $(y^2 + \sqrt{5}y + 2) = 0 \rightarrow y$  bukan elemen bilangan real  
 Sehingga diperoleh bahwa :

$$x + y = 2\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$$

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} = a + b\sqrt{5}$$

Jadi diperoleh bahwa :

$$a = \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{1}{2}$$

Sehingga banyak bola yang ada pada wadah adalah:

$$10a + 20b = 10 \times \frac{1}{2} + 20 \times \frac{1}{2} = 5 + 10 = 15$$

Selisih peluang diambilnya 2 bola merah dan 2 bola putih =  $\frac{3}{5}$

Misalkan bola merah = x

Bola putih = 15-x

$$\frac{C_2^x - C_2^{15-x}}{C_2^{15}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\frac{x!}{2! \times (x-2)!} - \frac{(15-x)!}{2! \times (15-x-2)!}}{\frac{15!}{2! \times 13!}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\frac{x(x-1)(x-2)!}{2! \times (x-2)!} - \frac{(15-x)(15-x-1)(15-x-2)!}{2! \times (15-x-2)!}}{\frac{15 \times 14 \times 13!}{2! \times 13!}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\frac{x(x-1)}{2} - \frac{(15-x)(14-x)}{2}}{105} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{(x^2 - x)}{2} - \frac{(x^2 - 29x + 210)}{2} = \frac{315}{5}$$

$$x^2 - x - x^2 + 29x - 210 = \frac{630}{5}$$

$$28x - 210 = 126$$

$$28x = 336$$

$$x = 12$$

Jadi banyaknya bola merah = 12 buah

Dan banyaknya bola putih = 3 buah

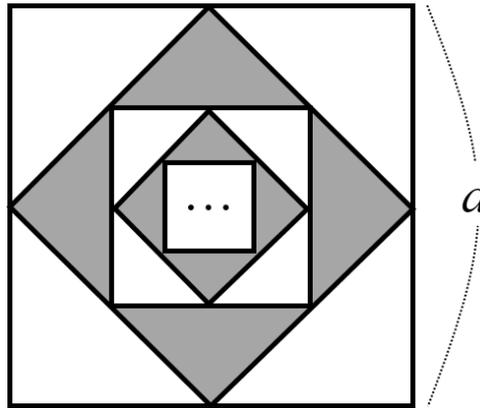
Maka selisih banyaknya bolah merah dan putih adalah :  $12 - 3 = 9$

**JAWABAN : 9**



### Lampiran 18. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMK 2021

1. Perhatikan gambar berikut!



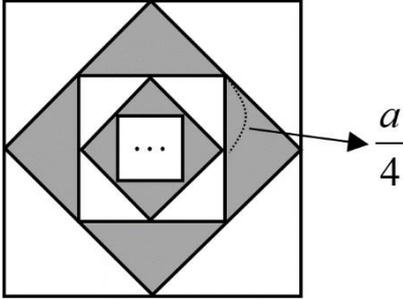
Baik bangun yang diarsir maupun yang tidak diarsir merupakan sebuah persegi. Persegi tak diarsir terluar memiliki panjang sisi  $a$  cm. Di dalam persegi tak diarsir terluar, dimasukkan persegi yang diarsir sedemikian hingga titik-titik sudutnya berada pada pertengahan sisi persegi yang tidak diarsir. Di dalam persegi yang diarsir dimasukkan persegi tidak diarsir dengan titik-titik sudut yang berada di pertengahan sisi persegi yang diarsir. Begitu seterusnya pola ini berlanjut sampai tidak bisa lagi memasukkan bangun apapun. Tentukan persentase luas daerah yang diarsir!

Pembahasan	Skor
Diketahui : Panjang sisi persegi tak diarsir terluar = $a$ cm	5
Ditanya : Persentase luas daerah yang diarsir = ... ?	

Pembahasan	Skor
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Misalkan:  Luas persegi tak diarsir terluar/terbesar = <math>L_{T_1}</math>  Luas persegi diarsir terbesar = <math>L_{A_1}</math>  Luas persegi tak diarsir terbesar kedua = <math>L_{T_2}</math>  Luas persegi diarsir terbesar kedua = <math>L_{A_2}</math>  dan seterusnya.</li> <li>• Luas persegi tak diarsir terluar/pertama  <math display="block">L_{T_1} = a \times a = a^2</math></li> </ul>	<b>5</b>



Pembahasan	Skor
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tentukan luas persegi yang diarsir pertama (sebelum dimasukkan persegi tak diarsir yang lebih kecil) dengan terlebih dahulu menentukan panjang sisinya. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras diperolehnya</li> </ul> <div data-bbox="486 459 798 817" style="text-align: center;"> </div> $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2a^2}{4}\right)} = \frac{a}{2}\sqrt{2} \text{ cm}$ <p>Dengan begitu diperoleh luas persegi yang diarsir</p> $L_{A_1} = \frac{a}{2}\sqrt{2} \times \frac{a}{2}\sqrt{2} = \frac{a^2}{2} \text{ cm}^2$	15
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Selanjutnya kita menentukan luas persegi tak diarsir kedua yang dimasukkan ke dalam persegi diarsir pertama. Cari dulu panjang sisinya</li> </ul> <div data-bbox="399 1355 758 1612" style="text-align: center;"> </div> <p>Dengan Teorema Pythagoras diperoleh panjang sisinya</p> $\sqrt{\left(\frac{a}{4}\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \text{ cm}$ <p>Sehingga luasnya</p> $L_{T_2} = \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4} \text{ cm}^2$	15

Pembahasan	Skor
<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="352 293 1082 331">Lalu mencari luas persegi diarsir terbesar kedua (<math>L_{A_2}</math>)</li> </ul> <div data-bbox="434 367 837 667" style="text-align: center;">  </div> <p data-bbox="384 730 1257 768">Dengan menggunakan Teorema Pythagoras didapat panjang sisinya</p> $ \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{16}} = \frac{a}{4}\sqrt{2} \text{ cm} $ <p data-bbox="384 909 612 947">Sehingga luasnya</p> $ L_{A_2} = \frac{a}{4}\sqrt{2} \times \frac{a}{4}\sqrt{2} = \frac{a^2}{8} \text{ cm}^2 $	<b>15</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="352 1137 1465 1205">Dari semua yang telah kita cari dapat dilihat bahwa <math>L_{T_2} = \frac{1}{4} L_{T_1}</math>, ini berlaku seterusnya sampai <math>L_{T_n}</math> dengan rumus <math>L_{T_n} = \frac{1}{4} L_{T_{n-1}}</math>. Begitu pula dengan <math>L_{A_2} = \frac{1}{4} L_{A_1}</math> sehingga <math>L_{A_n} = \frac{1}{4} L_{A_{n-1}}</math>.</li> </ul>	<b>10</b>

Pembahasan	Skor
<p>• Luas keseluruhan dari yang diarsir (seperti pada gambar) adalah</p> $  \begin{aligned}  L_{\text{diarsir}} &= L_{A_1} - L_{T_2} + L_{A_2} - L_{T_3} + \dots \\  &= \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{16} + \dots \\  &= \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{8} - \left( \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} + \dots \right)  \end{aligned}  $ <p>Terlihat deret geometri tak hingga dengan suku awal <math>\frac{a^2}{2}</math> yang memiliki rasio <math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{\frac{a^2}{8}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{1}{4}</math> dan deret geometri tak hingga dengan suku awal <math>\frac{a^2}{4}</math> yang memiliki rasio <math>\frac{1}{4}</math> juga.</p>	<p><b>20</b></p>



Pembahasan	Skor
<p>Selesaikan kedua deret geometri tersebut dengan menggunakan rumus</p> $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$ $\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{8} + \dots = \frac{a^2/2}{1-1/4} = \frac{2a^2}{3}$ $\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} + \dots = \frac{a^2/4}{1-1/4} = \frac{a^2}{3}$ <p>Sehingga <math>L_{diarsir} = \frac{2a^2}{3} - \frac{a^2}{3} = \frac{a^2}{3}</math></p>	
<p>• Perbandingan luas diarsir dengan luas persegi terluar adalah</p> $\frac{L_{diarsir}}{L_{T_1}} = \frac{a^2/3}{a^2} = \frac{1}{3}$	<b>10</b>
Sehingga persentase luas daerah diarsir yaitu sekitar 33,33%.	<b>5</b>
<b>Total Skor</b>	<b>100</b>

2. Suatu data memiliki rata-rata 11. Dari data tersebut dibuat tiga data baru yang menghasilkan rata-rata 15, 29 dan  $x$ . Data baru pertama dibuat dengan cara setiap nilai pada data lama dikalikan  $p$  kemudian dikurangi  $q$ , data baru kedua dibuat dengan cara setiap nilai pada data lama dikalikan  $p$  kemudian ditambah  $q$ , sedangkan data baru ketiga dibuat dengan cara setiap nilai pada data lama dikalikan  $q$  kemudian dikurangi  $4p$ . Tentukan nilai  $x$ !

Pembahasan	Skor
<p>Diketahui :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rata-rata data lama = 11</li> <li>- Rata-rata data baru I = 15</li> <li>- Rata-rata data baru II = 29</li> <li>- Rata-rata data baru III = <math>x</math></li> </ul> <p>Ditanya : Nilai <math>x = \dots</math> ?</p>	<b>5</b>

Pembahasan	Skor
1) Rata-rata nilai pada data lama: $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = 11$	5
2) Rata-rata nilai pada data baru I:	20



Pembahasan	Skor
$\frac{((x_1 \cdot p) - q) + ((x_2 \cdot p) - q) + ((x_3 \cdot p) - q) + \dots + ((x_n \cdot p) - q)}{n} = 15$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \cdot p - q \cdot n}{n} = 15$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \cdot p}{n} - \frac{q \cdot n}{n} = 15$ $\Leftrightarrow 11p - q = 15 \dots \dots (1)$	
<p>3) Rata-rata nilai pada data baru II:</p> $\frac{((x_1 \cdot p) + q) + ((x_2 \cdot p) + q) + ((x_3 \cdot p) + q) + \dots + ((x_n \cdot p) + q)}{n} = 29$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \cdot p + q \cdot n}{n} = 29$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \cdot p}{n} + \frac{q \cdot n}{n} = 29$ $\Leftrightarrow 11p + q = 29 \dots \dots (2)$	20
<p>4) Berdasarkan (1) dan (2), diperoleh</p> $11p - q = 15$ $11p + q = 29$ <hr style="width: 20%; margin-left: 0;"/> $-2q = -14$ $q = 7, \text{ sehingga } p = 2$	15
<p>5) Rata-rata nilai pada data baru III:</p> $\frac{((x_1 \cdot q) - 4p) + ((x_2 \cdot q) - 4p) + ((x_3 \cdot q) - 4p) + \dots + ((x_n \cdot q) - 4p)}{n} = x$ $\Leftrightarrow \frac{[(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \cdot q] - 4p \cdot n}{n} = x$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \cdot q}{n} - \frac{4p \cdot n}{n} = x$ $\Leftrightarrow 11q - 4q = x.$	20
<p>6) Substitusi nilai <math>q=7</math> dan <math>p=2</math>, kemudian didapatkan</p> $11q - 4p = x$ $11 \cdot 7 - 4 \cdot 2 = x$ $77 - 8 = x$ $69 = x$	10
<p>Jadi rata-rata nilai pada data baru III adalah <math>x = 69</math></p>	5

## Lampiran 19. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMK 2022

### C. ESAI SEMIFINAL

1. Diketahui  $\beta$  adalah sudut lancip yang memenuhi:

$$\sqrt{1476 - 1440 \cos \beta} + \sqrt{2176 - 1920 \sin \beta} - 50 = 0.$$

Tentukan nilai  $20 \tan \beta$ .

**Pembahasan:**

Diketahui:

$\beta$  adalah sudut lancip yang memenuhi

$$\sqrt{1476 - 1440 \cos \beta} + \sqrt{2176 - 1920 \sin \beta} - 50 = 0$$

Ditanya:

Nilai  $20 \tan \beta = \dots ?$

Jawab:

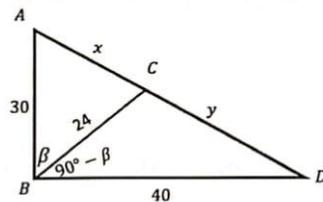
$$x = \sqrt{1476 - 1440 \cos \beta}$$

$$x^2 = 24^2 + 30^2 - 2(24)(30) \cos \beta$$

$$y = \sqrt{2176 - 1920 \sin \beta}$$

$$y^2 = 24^2 + 40^2 - 2(24)(40) \cos(90^\circ - \beta)$$

dan  $30^2 + 40^2 = 50^2 = (x + y)^2$ , sehingga kita dapat membentuk segitiga siku-siku ABD, sebagai berikut.



Secara khusus  $\angle ABC = \beta$  dan  $\angle CBD = 90^\circ - \beta$ . Bisa kita lihat

$\triangle ACB$  yang mirip dengan  $\triangle ABD$  agar  $\angle ADB = \beta$  dan  $20 \tan \beta = 20 \times$

$$\frac{30}{40} = \frac{60}{4} = 15.$$

2. Diketahui data terurut sebagai berikut!

Berat (kg)	Jumlah orang
56	8
58	6
59	$x$
61	10
62	7
$b$	2

Jika diketahui modusnya 61 kg, jumlah semua orang yang didata adalah sebanyak genap, rata-ratanya 59,5 kg, dan semua berat badan ditulis dalam bilangan bulat maka berapa nilai  $x$  agar simpangan rata-rata data tersebut melebihi 51?

**Pembahasan:**

Diketahui:

Berat (kg)	Jumlah orang
56	8
58	6
59	$x$
61	10
62	7
$b$	2

- Modusnya 61 kg
- Jumlah orang yang didata adalah sebanyak genap
- Rata-ratanya 59,5 kg
- Semua berat badan ditulis dalam bilangan bulat, berarti  $b$  adalah bilangan bulat

**Ditanya:**

Berapa nilai  $x$  agar simpangan rata-rata data tersebut melebihi 51?

**Jawab:**

Perhatikan  $x$ . Pada data diketahui modusnya adalah 61 kg, maka jumlah orang dengan berat 59 kg kurang dari 10 orang. Bila semua orang dijumlahkan, didapatkan  $33 + x$  dan bernilai genap. Akan dicoba  $x = 1, 3, 5, 7, 9$  (5 kasus)

Dari rata-rata, diperoleh:

$$m = \frac{8(56) + 6(58) + x(59) + 10(61) + 7(62) + 2(b)}{8 + 6 + x + 10 + 7 + 2}$$

$$59,5 = \frac{1840 + 59x + 2b}{33 + x}$$

$$1963,5 + 59,5x = 1840 + 59x + 2b$$

$$2b = 123,5 + 0,5x$$

Dari simpangan rata-rata, diperoleh:

$$SR < \frac{1}{33+x} [448 - 59,5 + |348 - 59,5| + |59x - 59,5| + |610 - 59,5| + |434 - 59,5| + |2b - 59,5|]$$

$$51 < \frac{1}{33+x} [388,5 + 288,5 + |59x - 59,5| + 550,5 + 374,5 + |2b - 59,5|]$$

$$51 < \frac{1}{33+x} [1620 + |59x - 59,5| + 2b - 59,5]$$

$$1683 + 51x - 1620 < |59x - 59,5| + |2b - 59,5|$$

$$63 + 51x < |59x - 59,5| + |(123,5 + 0,5x) - 59,5|$$

$$63 + 51x < |59x - 59,5| + |64 + 0,5x|$$

Berdasarkan hasil terakhir, maka:

➤ Jika  $x = 1$  maka

$$63 + 51 = |59 - 59,5| + |64 + 0,5|$$

$$114 > 65$$

➤ Jika  $x = 3$  maka:

$$63 + 51(3) = |59(3) - 59,5| + |64 + 0,5(3)|$$

$$216 > 183$$

➤ Jika  $x = 5$ , maka:

$$63 + 51(5) = |59(5) - 59,5| + |64 + 0,5(5)|$$

$$318 > 302$$

➤ Jika  $x = 7$ , maka:

$$63 + 51(7) = |59(7) - 59,5| + |64 + 0,5(7)|$$

$$420 < 421$$

➤ Jika  $x = 9$ , maka:

$$63 + 51(9) = |59 - 59,8| + |256,6 + 0,9|$$

$$522 < 540$$

Didapatkan  $x = 7$  dan  $x = 9$ . Selanjutnya akan dipastikan untuk  $b$

Untuk  $x = 7$

$$2b = 123,5 + 0,5(7)$$

$$2b = 127$$

$$b = 63,5$$

Untuk  $x = 9$

$$2b = 123,5 + 0,5(9)$$

$$2b = 128$$

$$b = 64$$

Dengan demikian, karena berat badan adalah bilangan bulat, maka didapatkan  $x = 9$ .

## Lampiran 20. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMK 2023

### C. ESAI SEMIFINAL

1. Diberikan  $a = 3\sqrt{3} - \sqrt{9 - 3\sqrt{3}}$  dan  $b = 3\sqrt{3} + \sqrt{9 - 3\sqrt{3}}$ . Jika  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x + y\sqrt{3}$  dengan  $x$  dan  $y$  bilangan bulat, maka nilai  $x + y\sqrt{3}$  adalah ....

#### Pembahasan:

Diketahui:

- $a = 3\sqrt{3} - \sqrt{9 - 3\sqrt{3}}$
- $b = 3\sqrt{3} + \sqrt{9 - 3\sqrt{3}}$
- $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x + y\sqrt{3}$
- $x + y\sqrt{3}$  bulat

Ditanya:

- Nilai  $x + y\sqrt{3}$

#### Langkah 1:

Operasikan atau sederhanakan terlebih dahulu bentuk  $a$  dan  $b$ .

Menyederhanakan bentuk  $a$

$$a = 3\sqrt{3} - \sqrt{9 - 3\sqrt{3}}$$

$$a = 3\sqrt{3} - \sqrt{3(3 - \sqrt{3})}$$

Menyederhanakan bentuk  $b$

$$b = 3\sqrt{3} + \sqrt{9 - 3\sqrt{3}}$$

$$b = 3\sqrt{3} + \sqrt{3(3 - \sqrt{3})}$$

**Langkah 2:**

Operasikan bentuk persamaan  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x + y\sqrt{3}$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x + y\sqrt{3}$$
$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = x + y\sqrt{3}$$

**Langkah 3:**

Mencari nilai  $a^2 + b^2$  dan  $ab$

Mencari nilai  $a + b$

$$a + b = \left(3\sqrt{3} - \sqrt{3(3 - \sqrt{3})}\right) + \left(3\sqrt{3} + \sqrt{3(3 - \sqrt{3})}\right)$$

$$a + b = 3\sqrt{3} - \sqrt{3(3 - \sqrt{3})} + 3\sqrt{3} + \sqrt{3(3 - \sqrt{3})}$$

$$a + b = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + \sqrt{3(3 - \sqrt{3})} - \sqrt{3(3 - \sqrt{3})}$$

$$a + b = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$

$$a + b = 6\sqrt{3}$$

Mencari nilai  $ab$

$$ab = a \times b$$

$$ab = \left(3\sqrt{3} - \sqrt{3(3 - \sqrt{3})}\right) \left(3\sqrt{3} + \sqrt{3(3 - \sqrt{3})}\right)$$

Untuk mencari nilai kalian harus ingat rumus perkalian  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$$a \times b = (3\sqrt{3})^2 - \left(\sqrt{3(3 - \sqrt{3})}\right)^2$$

$$a \times b = 27 - (3(3 - \sqrt{3}))$$

$$a \times b = 27 - (9 - 3\sqrt{3})$$

$$ab = 27 - 9 + 3\sqrt{3}$$

$$ab = 18 + 3\sqrt{3}$$

Selanjutnya substitusikan nilai  $ab$  dan  $a + b$  ke persamaan  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x + y\sqrt{3}$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x + y\sqrt{3}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = x + y\sqrt{3}$$

Untuk mempermudah pengerjaan soal, kita akan misalkan  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ .

$$\frac{(a + b)^2 - 2ab}{ab} = x + y\sqrt{3}$$

$$\frac{(6\sqrt{3})^2 - 2(18 + 3\sqrt{3})}{18 + 3\sqrt{3}} = x + y\sqrt{3}$$

$$\frac{108 - 36 - 6\sqrt{3}}{18 + 3\sqrt{3}} = x + y\sqrt{3}$$

$$\frac{72 - 6\sqrt{3}}{18 + 3\sqrt{3}} = x + y\sqrt{3}$$

$$\frac{72}{18} - \frac{6\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = x + y\sqrt{3}$$

$$4 - 2 = x + y\sqrt{3}$$

$$2 = x + y\sqrt{3}$$

Sehingga nilai dari  $x + y\sqrt{3} = 2$ .

2. Empat puluh siswa SMK Harapan melakukan pengukuran tinggi badan. Dari hasil pengukuran tersebut diketahui memiliki rata-rata  $x$ . 35% dari data tersebut diketahui memiliki rata-rata  $x + 0,1$ ; 15% lainnya memiliki rata-rata  $x - 1,2$ ; 20% lainnya memiliki rata-rata  $x - 0,1$ ; 5% lainnya lagi memiliki rata-rata  $x + 0,3$  dan 25% sisanya memiliki rata-rata  $x + y$ . Jika nilai  $y$  dapat dinyatakan dalam bentuk  $\frac{p}{q}$  dengan  $p$  dan  $q$  adalah bilangan real relatif prima, maka nilai dari  $({}^5 \log p)({}^3 \log q)$  adalah...

Pembahasan:

Diketahui:

Rata-rata tinggi badan 40 siswa adalah  $x$

Rata-rata 35% nya adalah  $x + 0,1$

Rata-rata 15% nya adalah  $x - 1,2$

Rata-rata 20% nya adalah  $x - 0,1$

Rata-rata 5% nya adalah  $x + 0,3$

Rata-rata 25% nya adalah  $x + y$

Ditanya : Jika nilai  $y$  dapat dinyatakan dalam bentuk  $\frac{p}{q}$  dengan  $p$  dan  $q$

adalah bilangan real relatif prima, maka nilai dari  $({}^5 \log p)({}^3 \log q)$  adalah

- Rata-rata tinggi badan seluruh siswa adalah  $x$ , maka

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$x = \frac{\sum x}{40}$$

$$\sum x = 40x$$

- Rata-rata 35% siswa adalah  $x + 0,1$ , maka

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum x_1}{35\%n}$$

$$x + 0,1 = \frac{\sum x_1}{14}$$

$$\sum x_1 = 14x + 1,4$$

- Rata-rata 15% nya adalah  $x - 1,2$ , maka

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum x_2}{15\%n}$$

$$x - 1,2 = \frac{\sum x_2}{6}$$

$$\sum x_2 = 6x - 7,2$$

- Rata-rata 20% nya adalah  $x - 0,1$ , maka

$$\bar{X}_3 = \frac{\sum x_3}{20\%n}$$

$$x - 0,1 = \frac{\sum x_3}{8}$$

$$\sum x_3 = 8x - 0,8$$

- Rata-rata 5% nya adalah  $x + 0,3$ , maka

$$\bar{X}_4 = \frac{\sum x_4}{5\%n}$$

$$x + 0,3 = \frac{\sum x_4}{2}$$

$$\sum x_4 = 2x + 0,6$$

- Rata-rata 25% nya adalah  $x + y$ , maka

$$\bar{X}_5 = \frac{\sum x_5}{25\%n}$$

$$x + y = \frac{\sum x_5}{10}$$

$$\sum x_5 = 10x + 10y$$

- Rata-rata gabungan

$$\sum x = \sum x_1 + \sum x_2 + \sum x_3 + \sum x_4 + \sum x_5$$

$$40x = (14x + 1,4) + (6x - 7,2) + (8x - 0,8) + (2x + 0,6) + (10x + 10y)$$

$$40x = 40x + 10y - 6$$

$$0 = 10y - 6$$

$$6 = 10y$$

$$y = \frac{6}{10}$$

$$y = \frac{3}{5}$$

- Maka nilai dari  $({}^5 \log p)({}^3 \log q)$  adalah

$$\begin{aligned}({}^5 \log p)({}^3 \log q) &= ({}^5 \log 3)({}^3 \log 5) \\ &= {}^5 \log 5 \\ &= 1\end{aligned}$$

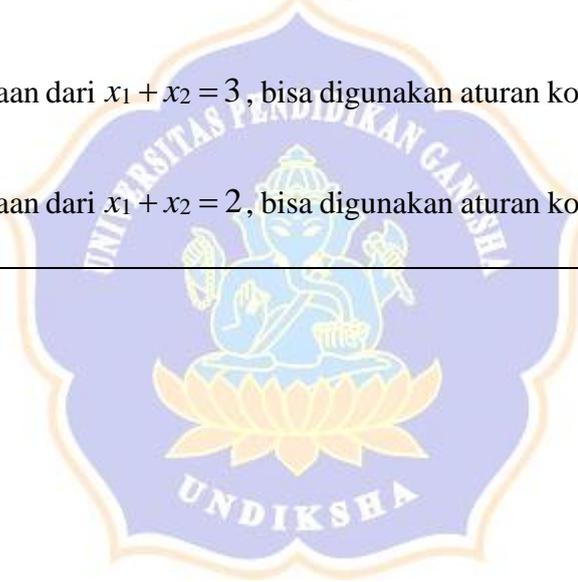


## Lampiran 21. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMA 2021

1. Sebuah permainan dengan nama “Halang Rintang Matriks” mempunyai aturan permainan bahwa jika seorang berada pada rintangan ke- $n$ , orang tersebut harus melemparkan dadu sebanyak  $n$  kali. Jika jumlah mata dadu dari  $n$  pelemparan ini lebih besar dari  $2^n$ , maka orang tersebut berhasil melewati rintangan. Tentukan peluang bahwa seseorang berhasil melewati tiga rintangan pertama. Diasumsikan bahwa dadu yang digunakan adalah dadu yang setimbang.

Pembahasan	Skor
Diketahui : Terdapat suatu permainan “Halang Rintang Matriks” dengan aturan : <ul style="list-style-type: none"><li>- Jika seorang berada pada rintangan ke-<math>n</math>, orang tersebut harus melemparkan dadu sebanyak <math>n</math> kali.</li><li>- Jika jumlah mata dadu dari <math>n</math> pelemparan ini lebih besar dari <math>2^n</math>, maka orang tersebut berhasil melewati rintangan.</li></ul> Ditanya : Peluang seseorang berhasil melewati tiga rintangan pertama = ... ?	5
<b>Rintang Pertama :</b> Pelemparan pertama agar berhasil melewati rintangan maka jumlah mata dadu yang muncul harus lebih dari $2^1$ . Sehingga, peserta akan gagal melewati rintangan ketika muncul 1 dan 2. $n(S) = 6^1 = 6$ $n(A) = 6^1 - 2 \quad (1 \text{ dan } 2 : \text{ada } 2)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	20

Pembahasan	Skor
<p><b>Rintangan Kedua :</b></p> <p>Pelemparan kedua agar berhasil melewati rintangan maka jumlah mata dadu yang muncul harus lebih dari <math>2^2 = 4</math>, sehingga didapat :</p> $n(S) = 6^2 = 36$ <p>Peserta akan gagal ketika jumlah mata dadu <math>\leq 4</math>, maka dicari jumlah mata dadu yang <math>\leq 4</math> atau <math>x_1 + x_2 = 4, x_1 + x_2 = 3, x_1 + x_2 = 2</math>, dimana nilai <math>x_1</math> dan <math>x_2</math> merupakan bilangan asli.</p> <p>Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 = 4</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^3C_2 = 3</math></p> <p>Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 = 3</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^2C_1 = 2</math></p> <p>Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 = 2</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^1C_0 = 1</math></p>	<p><b>25</b></p>



Pembahasan	Skor
<p>Jadi, total ada 6 kemungkinan. Dengan demikian :</p> $n(A) = 6^2 - 6$ $n(A) = 30$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$	
<p><b>Rintangan Ketiga :</b></p> <p>Pelemparan ketiga agar berhasil melewati rintangan maka jumlah mata dadu yang muncul harus lebih dari <math>2^3 = 8</math>, sehingga didapat :</p> $n(S) = 6^3 = 216$ <p>Peserta akan gagal ketika jumlah mata dadu <math>\leq 8</math>, maka dicari jumlah mata dadu yang</p> $\leq 8 \quad \text{atau} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 8, x_1 + x_2 + x_3 = 7, x_1 + x_2 + x_3 = 6, x_1 + x_2 + x_3 = 5, x_1 + x_2 + x_3 = 4, x_1 + x_2 + x_3 = 3, \text{dimana}$ <p>nilai <math>x_1, x_2</math>, dan <math>x_3</math> merupakan bilangan asli.</p> <p>Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 + x_3 = 8</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^7C_5 = 21</math></p> <p>Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 + x_3 = 7</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^6C_4 = 15</math> Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 + x_3 = 6</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^5C_3 = 10</math> Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 + x_3 = 5</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^4C_2 = 6</math> Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 + x_3 = 4</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^3C_1 = 3</math> Untuk persamaan dari <math>x_1 + x_2 + x_3 = 3</math>, bisa digunakan aturan kombinasi <math>{}^2C_0 = 1</math> Jadi, total ada 56 kemungkinan. Dengan demikian :</p> $n(A) = 6^3 - 56$ $n(A) = 216 - 56$ $n(A) = 160$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{160}{216} = \frac{20}{27}$	<b>25</b>
<p>Dengan demikian, peluang seluruhnya adalah <math>\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{20}{27} = \frac{100}{243}</math></p>	<b>15</b>

<b>Pembahasan</b>	<b>Skor</b>
Jadi, peluang seseorang berhasil melewati tiga rintangan pertama adalah $\frac{100}{243}$	<b>10</b>
<b>Total Skor</b>	<b>100</b>



Pembahasan	Skor
<p>Diketahui : <math>x</math> bilangan real sedemikian sehingga <math>x + \frac{1}{x}</math> adalah bilangan bulat</p> <p>Ditanya : Buktikan setiap bilangan asli <math>n, x^n + \left(\frac{1}{x}\right)^n</math> adalah bilangan bulat!</p>	15
<p>Pembahasan:</p> <p>Langkah awal:</p> <p>Untuk <math>n = 1, x + \frac{1}{x}</math> adalah bilangan bulat menurut kondisi soal</p> <p>Untuk <math>n = 2, x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2</math>, juga bilangan bulat, sebab <math>x + \frac{1}{x}</math> maupun 2 adalah bilangan bulat.</p>	20
<p>Misalkan untuk <math>n \geq 2</math> adalah bilangan bulat. Asumsikan pernyataan “<math>x^n + \left(\frac{1}{x}\right)^n</math> adalah bilangan bulat” berlaku untuk bilangan bulat positif <math>k \leq n</math>. Artinya, <math>x^n + \left(\frac{1}{x}\right)^n</math> sama dengan bilangan bulat <math>a</math> dan <math>x^{n-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{n-1}</math> sama dengan bilangan bulat <math>b</math>.</p>	25
<p>Untuk <math>n + 1,</math></p> $x^{n+1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{n+1} = \left(x^n + \left(\frac{1}{x}\right)^n\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x^{n-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{n-1}\right) = a \left(x + \frac{1}{x}\right) - b$ <p>yang merupakan bilangan bulat sebab <math>a, b</math> dan <math>x + \frac{1}{x}</math> adalah bilangan bulat. Artinya pernyataan tersebut berlaku untuk <math>n + 1</math>.</p>	25
<p>Kesimpulannya <math>x^n + \left(\frac{1}{x}\right)^n</math> adalah bilangan bulat, <math>\forall n \in \mathbb{Z}</math></p>	15

## Lampiran 22 Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMA 2023

### Bagian Uraian

1. Seorang developer game *Mobile Legends* hendak menciptakan sebuah *password* untuk me-*login* sebuah akun sebagai seorang admin. Ia mengisyaratkan bahwa *password* dari akun yang dibuatnya merupakan susunan bilangan – bilangan berbeda sebanyak 10 digit dari angka 0 sampai dengan angka 9 dan tidak diawali dengan angka 0 pada ujung kiri. *Password* tersebut

CS Copyright dengan Cendekia.com

Bilangan 5,6,7,8 membentuk barisan menurun, berarti telah ditentukan urutannya dalam penempatan tersebut, maka hanya ada 1 cara menempati 4 angka tersebut yaitu 8,7,6,5

Lima tempat yang tersedia akan ditempati oleh bilangan 0,1,2,3,4 yang tidak membentuk barisan naik seperti 0,1,2,3,4. Maka banyaknya cara untuk menempati 5 angka tersebut adalah  $5! - 1 = (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) - 1 = 120 - 1 = 119$

Maka, banyaknya susunan password yang kuat adalah

$${}_9C_4 \cdot 1 \cdot (5! - 1) = 126 \cdot 1 \cdot 119 = 14994$$

Karena pada ujung kiri sudah ditempati oleh angka 9, maka angka 5,6,7,8 yaitu 4 angka lainnya akan berada di 9 tempat lainnya. Banyak cara memilih 4 tempat dari 9 tempat (tanpa melihat urutan tempat) tersebut adalah

$${}_9C_4 = \frac{9!}{4!(9-4)!} = \frac{9!}{4!5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5!} = 126$$

Bilangan 5,6,7,8 membentuk barisan menurun, berarti telah ditentukan urutannya dalam penempatan tersebut, maka hanya ada 1 cara menempati 4 angka tersebut yaitu 8,7,6,5

Lima tempat yang tersedia akan ditempati oleh bilangan 0,1,2,3,4 yang membentuk barisan naik yaitu 0,1,2,3,4. Maka hanya terdapat 1 cara untuk menempati 5 angka tersebut.

Maka, banyaknya susunan password yang lemah adalah

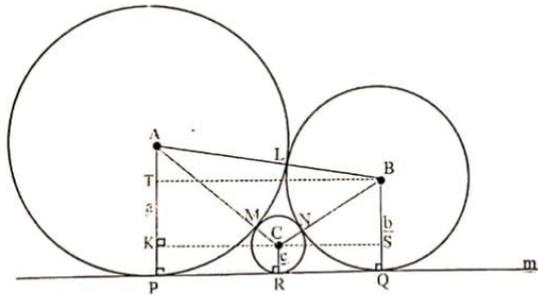
$${}_9C_4 \cdot 1 \cdot 1 = 126 \cdot 1 \cdot 1 = 126$$

Jadi, banyaknya susunan password yang lemah adalah 126 dan yang kuat adalah 14994.

2. Diketahui dua buah lingkaran dengan jari – jari  $a$  dan  $b$  saling bersinggungan. Kemudian, dibuat sebuah garis yang menyinggung kedua lingkaran tersebut. Misalkan garis tersebut adalah garis  $m$ . Lingkaran ketiga dengan jari – jari  $c$  dibuat menyinggung kedua lingkaran tersebut di titik yang berbeda dan juga menyinggung garis  $m$ . buktikan bahwa :

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}}$$

**Pembahasan:**



Pada gambar, garis CK sejajar dengan PQ sehingga  $KP = c$ .  $CS$  sejajar dengan  $PQ$  sehingga  $SQ = c$ .  $BT$  juga sejajar dengan  $PQ$  sehingga  $TP = b$

Berdasarkan Teorema Pythagoras maka diperoleh :

$$(PR)^2 = (CK)^2 = (AC)^2 - (AK)^2$$

$$(PR)^2 = (AM + MC)^2 - (AP - KP)^2$$

$$(PR)^2 = (a + c)^2 - (a - c)^2$$

$$(PR)^2 = a^2 + c^2 + 2ac - a^2 - c^2 + 2ac$$

$$PR = 2\sqrt{ac}$$

$$(RQ)^2 = (CS)^2 = (BC)^2 - (BS)^2$$

$$(RQ)^2 = (BN + NC)^2 - (BQ - SQ)^2$$

$$(RQ)^2 = (b + c)^2 - (b - c)^2$$

$$(RQ)^2 = b^2 + c^2 + 2bc - b^2 - c^2 + 2bc$$

$$RQ = 2\sqrt{bc}$$

$$(PQ)^2 = (BT)^2 = (AB)^2 - (AT)^2$$

$$(PQ)^2 = (AL + LB)^2 - (AP - TP)^2$$

$$(PQ)^2 = (a + b)^2 - (a - b)^2$$

$$(PQ)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - b^2 + 2ab$$

$$PQ = 2\sqrt{ab}$$

Berdasarkan gambar dapat kita lihat bahwa  $PQ = PR + RQ$  sehingga:

$$PQ = PR + RQ$$

$$2\sqrt{ab} = 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{bc}$$

Bagi kedua ruas dengan  $2\sqrt{abc}$  maka diperoleh

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}} \quad [\text{TERBUKTI}]$$

## Lampiran 23. Soal & Pembahasan Semifinal GLM SMA 2023

### Bagian Uraian

- Rika berencana untuk berlibur ke Australia selama 12 hari. Rika berencana menginap di New South Wales, kemudian dia akan berlibur dimana paginya dia akan berangkat ke kota wisata dan malam harinya dia akan balik ke hotelnya. Di Australia, Rika per harinya diberi pilihan untuk mengunjungi salah satu dari kota wisata, yaitu Sydney, Melbourne, Canberra, dan Queensland dengan kunjungan total selama 7 hari. Dari 12 hari tersebut, Rika dapat bebas memilih hari dia akan rehat dan hari dia akan berlibur, kecuali pada hari pertama dan terakhir dimana dia harus berlibur ke salah satu kota wisata. Jika Rika tidak ingin berlibur ke Canberra selama dua kali berturut-turut dan tidak ingin berlibur ke Sydney melebihi 5 kali, tentukan banyaknya pilihan Rika dalam memilih tempat wisata di Australia!

### Pembahasan:

Diketahui Rika diberi pilihan untuk mengunjungi salah satu dari tempat wisata, yaitu Sydney, Melbourne, Canberra, dan Queensland dengan kunjungan total selama 7 hari. Karena Rika tidak ingin berlibur ke Canberra selama dua kali berturut-turut dan tidak ingin berlibur ke Sydney melebihi 5 kali, maka perhitungan banyaknya pilihan dapat dibagi menjadi 5 kasus seperti berikut.

- Kasus 1. Canberra = 0

	HARI KE-							Total
	1	2	3	4	5	6	7	
Banyak Kemungkinan	3	3	3	3	3	2	2	972

Adapun banyak kombinasi pilihan destinasi berdasarkan hari adalah

$$\frac{7!}{5!2!} = 21$$

Sehingga banyak kemungkinan pilihan untuk kasus 1 adalah

$$\text{Total} = 21 \times 972 = 20.412$$

- Kasus 2. Canberra = 1

	HARI KE-							Total
	1	2	3	4	5	6	7	
Banyak Kemungkinan	1	3	3	3	3	3	2	486

Adapun banyak kombinasi pilihan destinasi berdasarkan hari adalah

$$\frac{7!}{5!} = 42$$

Sehingga banyak kemungkinan pilihan untuk kasus 2 adalah

$$\text{Total} = 42 \times 486 = 20.412$$

- Kasus 3. Canberra = 2

	HARI KE-							Banyak Kombinasi	Total
	1	2	3	4	5	6	7		
Banyak Kemungkinan	1	3	1	3	3	3	3	5	1.215
Banyak Kemungkinan	3	1	3	1	3	3	3	4	972

	HARI KE-							Banyak Kombinasi	Total
	1	2	3	4	5	6	7		
Banyak Kemungkinan	3	3	1	3	1	3	3	3	729
Banyak Kemungkinan	3	3	3	1	3	1	3	2	486
Banyak Kemungkinan	3	3	3	3	1	3	1	1	243

Sehingga banyak kemungkinan pilihan untuk kasus 3 adalah

Total = 3.645

- Kasus 4. Canberra = 3

Banyak kombinasi bergantung pada banyaknya kemungkinan liburan Canberra ke-3.

	HARI KE-							Banyak Kombinasi	Total
	1	2	3	4	5	6	7		
Banyak Kemungkinan	1	3	1	3	1	3	3	3	243
Banyak Kemungkinan	1	3	3	1	3	1	3	2	162
Banyak Kemungkinan	1	3	3	3	1	3	1	1	81
Banyak Kemungkinan	3	1	3	1	3	1	3	2	162
Banyak Kemungkinan	3	1	3	3	1	3	1	1	81
Banyak Kemungkinan	3	3	1	3	1	3	1	1	81

Sehingga banyak kemungkinan pilihan untuk kasus 4 adalah

Total = 810

- Kasus 5. Canberra = 4

Banyak kombinasi bergantung pada banyaknya kemungkinan liburan Canberra ke-4.

	HARI KE-							Banyak Kombinasi	Total
	1	2	3	4	5	6	7		
Banyak Kemungkinan	1	3	1	3	1	3	1	1	27

Sehingga banyak kemungkinan pilihan untuk kasus 5 adalah

Total = 27

Diketahui bahwa dari 12 hari liburan, 7 diantaranya pergi ke tempat wisata sedangkan sisanya istirahat.

Banyak kemungkinan pemilihan hari istirahat untuk Rika adalah

$$\binom{6+5-1}{5} = \binom{10}{5} = 252$$

Sehingga, total keseluruhan banyaknya pilihan Rika dalam memilih tempat wisata di Australia adalah

$$\text{Total} = 252 \times (20.412 + 20.412 + 3.645 + 810 + 27) = 252 \times 45.306$$

$$\text{Total} = 11.417.112$$

2. Diketahui  $x, y, z$  merupakan bilangan real positif. Jika

$$P = \frac{x^2(x^2 + y^2 + yz) + y^2(z^2 + yz + xy) + z^2(z^2 + xy)}{x^2z^2 + yz^3 + x^3y + xy^2z} + \frac{z^2 + x^2}{y^2 + xz} - 2$$

Tentukan nilai minimum dari  $\lfloor 2023P \rfloor$ !

(Ket:  $\lfloor a \rfloor$  menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $a$ )

**Pembahasan:**

Pertama, sederhanakan terlebih dahulu bentuk  $P$  sehingga

$$P = \frac{x^2(x^2 + y^2 + yz) + y^2(z^2 + yz + xy) + z^2(z^2 + xy)}{x^2z^2 + yz^3 + x^3y + xy^2z} + \frac{z^2 + x^2}{y^2 + xz} - 2$$

$$P = \frac{x^4 + x^2y^2 + x^2yz + y^2z^2 + y^3z + xy^3 + z^4 + z^2xy}{x^2z^2 + yz^3 + x^3y + xy^2z} + \frac{z^2 + x^2}{y^2 + xz} - 2$$

$$P = \frac{(x^2 + y^2)(x^2 + yz) + (y^2 + z^2)(z^2 + xy)}{(x^2 + yz)(z^2 + xy)} + \frac{z^2 + x^2}{y^2 + xz} - 2$$

$$P + 2 = \frac{x^2 + y^2}{z^2 + xy} + \frac{y^2 + z^2}{x^2 + yz} + \frac{z^2 + x^2}{y^2 + xz}$$

Kita ketahui bahwa  $(x - y)^2 \geq 0$ , maka

$$(x - y)^2 \geq 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

Tambahkan  $2z^2$  pada kedua ruas sehingga

$$x^2 + y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2z^2$$

$$\frac{1}{2xy + 2z^2} \geq \frac{1}{x^2 + y^2 + 2z^2}$$

Karena  $2x^2 + 2y^2 \geq 0$ , maka kita dapat mengalikan  $2x^2 + 2y^2 \geq 0$  pada kedua ruas sehingga

$$\frac{2x^2 + 2y^2}{2xy + 2z^2} \geq \frac{2x^2 + 2y^2}{x^2 + y^2 + 2z^2}$$

$$\frac{x^2 + y^2}{xy + z^2} \geq \frac{2x^2 + 2y^2}{x^2 + y^2 + 2z^2} = 2 \left( \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + 2z^2} \right)$$

Dengan langkah yang sama, diperoleh

$$\frac{y^2 + z^2}{yz + x^2} \geq \frac{2y^2 + 2z^2}{y^2 + z^2 + 2x^2} = 2 \left( \frac{y^2 + z^2}{y^2 + z^2 + 2x^2} \right)$$

$$\frac{x^2 + z^2}{xz + y^2} \geq \frac{2x^2 + 2z^2}{x^2 + z^2 + 2y^2} = 2 \left( \frac{x^2 + z^2}{x^2 + z^2 + 2y^2} \right)$$

Akibatnya

$$P + 2 \geq 2 \left( \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + 2z^2} + \frac{y^2 + z^2}{y^2 + z^2 + 2x^2} + \frac{x^2 + z^2}{x^2 + z^2 + 2y^2} \right)$$

Misalkan  $a = x^2 + y^2$ ,  $b = y^2 + z^2$ , dan  $c = x^2 + z^2$ , maka

$$P + 2 \geq 2 \left( \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \right)$$

Perhatikan bahwa

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = (a+b+c) \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} \right) - 3$$

Untuk mencari nilai minimum dari  $P$ , maka kita harus mencari nilai minimum dari  $(a+b+c) \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} \right)$ . Misalkan  $k = a+b$ ,  $l = a+c$ , dan  $m = b+c$ . Maka

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(k+l+m) \left( \frac{1}{k} + \frac{1}{l} + \frac{1}{m} \right) \\ = \frac{1}{2} [(\sqrt{k})^2 + (\sqrt{l})^2 + (\sqrt{m})^2] \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{k}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{l}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{m}} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Berdasarkan ketaksamaan Cauchy-Schwarz, diperoleh

$$\begin{aligned} [(\sqrt{k})^2 + (\sqrt{l})^2 + (\sqrt{m})^2] \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{k}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{l}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{m}} \right)^2 \right] \\ \geq \left( \sqrt{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{k}} + \sqrt{l} \cdot \frac{1}{\sqrt{l}} + \sqrt{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{m}} \right)^2 \\ [(\sqrt{k})^2 + (\sqrt{l})^2 + (\sqrt{m})^2] \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{k}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{l}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{m}} \right)^2 \right] \geq (1+1+1)^2 = 9 \end{aligned}$$

Akibatnya

$$\begin{aligned} (a+b+c) \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} \right) - 3 = \frac{1}{2}(k+l+m) \left( \frac{1}{k} + \frac{1}{l} + \frac{1}{m} \right) - 3 \\ \geq \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Sehingga

$$P + 2 \geq 2 \left( \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \right) \geq 2 \left( \frac{3}{2} \right) = 3$$

$$P + 2 \geq 3$$

$$P \geq 3 - 2 = 1$$

Diperoleh nilai minimum dari  $P$  adalah 1 sehingga nilai minimum dari [2023P] = 2023.