

**BILANGAN KROMATIK GRACEFUL GANJIL PADA
HASIL OPERASI COMB GRAF TANGGA**



OLEH

NI NYOMAN TRISYA INNE KRISTHINA

NIM 2113101022

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA

2025

**BILANGAN KROMATIK GRACEFUL GANJIL PADA
HASIL OPERASI COMB GRAF TANGGA**

SKRIPSI

Diajukan kepada

Universitas Pendidikan Ganesha

Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam Menyelesaikan

Program Sarjana Matematika

Oleh

Ni Nyoman Trisya Inne Kristhina

NIM 2113101022



PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA

2025

SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS DAN
MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK MENCAPAI
GELAR SARJANA**



Menyetujui

Pembimbing I,

Pembimbing II,


I Gusti Nyoman Yudi Hartawan, S.Si., M.Sc.
NIP. 198405252008121008


Raphita Yanisari Silalahi, M.Sc.
NIP. 19930101 202203 2 020

Skripsi oleh Ni Nyoman Trisya Inne Krsthina ini

Telah dipertahankan di depan dewan penguji

Pada tanggal 21 Mei 2025

Dewan Penguji,



I Gusti Nyoman Yudi Hartawan, S.Si., M.Sc.
NIP. 19840525 200812 1 008

(Ketua)



Rappha Yanisari Silalahi, M.Sc.
NIP. 19930101 202203 2 020

(Anggota)



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.
NIP. 19650711 199003 1 003

(Anggota)



Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19900420 201903 2 021

(Anggota)

Diterima oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Pendidikan Ganesha
guna memenuhi syarat-syarat untuk mencapai gelar sarjana

Pada:

Hari : Rabu

Tanggal : 21 Mei 2025

Mengetahui,

Ketua Ujian,

Sekretaris Ujian,


Dr. I Wayan Puja Astawa, S.Pd., M.Stat. Sci.
NIP. 19690416 199403 1 001


I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19901024 202012 1 005

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam




Dr. I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19671013 199403 1 001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa karya tulis yang berjudul “**Bilangan Kromatik Graceful Ganjil pada Graf Hasil Operasi Comb Graf Tangga**” beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan dan pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko/sanksi yang dijatuhkan kepada saya apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran atas etika keilmuan dalam karya saya ini atau ada klaim terhadap keaslian karya saya ini.

Singaraja, 15 Mei 2025

Yang membuat pernyataan



Ni Nyoman Trisya Inne Kristhina
NIM. 2113101022

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena dengan berkat dan rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan proposal skripsi yang berjudul **“Bilangan Kromatik Graceful Ganjil pada Graf Hasil Operasi Comb Graf Tangga”**. Proposal skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat bagi calon sarjana untuk menyelesaikan jenjang pendidikan pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pendidikan Ganesha.

Dalam penyusunan proposal skripsi ini, penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah memberikan bimbingan, pengarahan dan membantu penulis baik secara langsung maupun tidak langsung, secara moril maupun materiil. Oleh sebab itu, penulis memberikan ucapan terima kasih yang tulus kepada:

1. Bapak I Gusti Nyoman Yudi Hartawan, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing I dalam proses penyusunan skripsi yang senantiasa membimbing, memberikan arahan dan motivasi.
2. Ibu Raphita Yanisari Silalahi, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing II dalam yang selalu memberikan arahan dan petunjuk dalam proses pembuatan penyusunan skripsi ini.
3. Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si., selaku Dosen Penguji I yang selalu memberikan arahan dalam menyusun skripsi ini.
4. Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc., selaku Dosen Penguji II yang memberikan saran dan kritik dalam menyusun skripsi ini.
5. Dosen dan staf departemen yang telah membantu banyak dan memberikan ilmunya selama masa perkuliahan.
6. Bapak, ibu, saudara dan keluarga besar lainnya yang telah memberikan perhatian, kasih sayang, semangat dan doa yang tak pernah putus dalam penyelesaian skripsi ini.

7. Teman seperjuangan matematika 2021, terima kasih atas kebersamaan dalam suka dan duka selama menjalani masa perkuliahan.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, terima kasih atas segala dukungan dan partisipasi dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, sehingga sangat diharapkan adanya saran dan kritik yang bersifat membangun sebagai bahan perbaikan di masa yang akan datang. Akhir kata, semoga tugas akhir ini memiliki manfaat bagi para mahasiswa, khususnya bagi mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika dan bagi Perguruan Tinggi lainnya.

Singaraja, 15 Mei 2025

Penulis



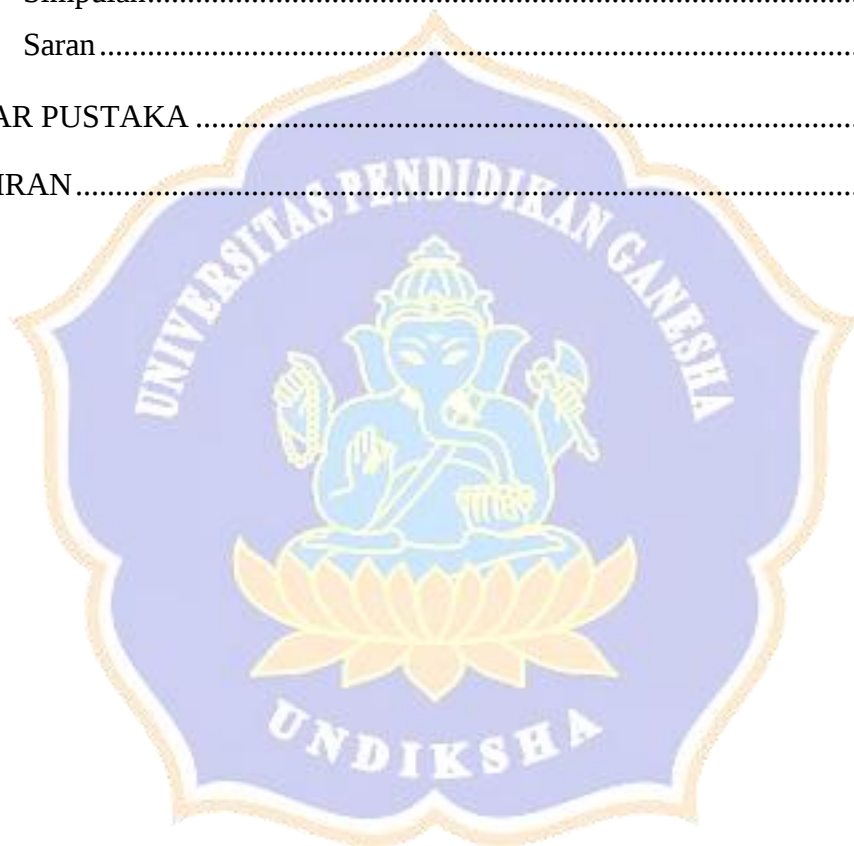
DAFTAR NOTASI

G	: Suatu graf
$G = (V, E)$	: Graf G dengan Himpunan Warna Titik V dan himpunan sisi E
$V(G)$	: Himpunan Warna Titik pada graf G
$E(G)$	: Himpunan sisi pada graf G
$ V(G) $	: Jumlah titik pada graf G
$ E(G) $	: Jumlah sisi pada graf G
$\chi(G)$	: Bilangan kromatik
$\chi'(G)$	: Indeks kromatik
$\chi_g(G)$	: Bilangan kromatik graceful
$\chi_{og}(G)$	: Bilangan kromatik graceful ganjil
c	: Fungsi pewarnaan
L_n	: Graf tangga dengan n titik
P_m	: Graf lintasan dengan m titik
C_m	: Graf lingkaran dengan m titik
S_m	: Graf bintang dengan m titik
$L_n \triangleright P_m$	: Hasil operasi <i>comb</i> graf tangga dengan graf lintasan
$L_n \triangleright C_m$	: Hasil operasi <i>comb</i> graf tangga dengan graf lingkaran
$L_n \triangleright S_m$	: Hasil operasi <i>comb</i> graf tangga dengan graf bintang

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	iv
DAFTAR NOTASI	v
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Manfaat Penelitian	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA	7
2.1 Definisi Graf	7
2.2 Jenis- Jenis Graf	8
2.3 Operasi <i>Comb</i> pada Graf	14
2.4 Terminologi	14
2.5 Pewarnaan Graf	17
2.6 Pewarnaan Graceful	19
2.7 Pewarnaan Graceful Ganjil	20
2.8 Graf Tangga	21
2.9 Graf $L_n \triangleright P_m$	22
2.10 Graf $L_n \triangleright C_m$	23
2.11 Graf $L_n \triangleright S_m$	23
2.12 Penelitian yang Relevan	24
BAB III METODE PENELITIAN	27

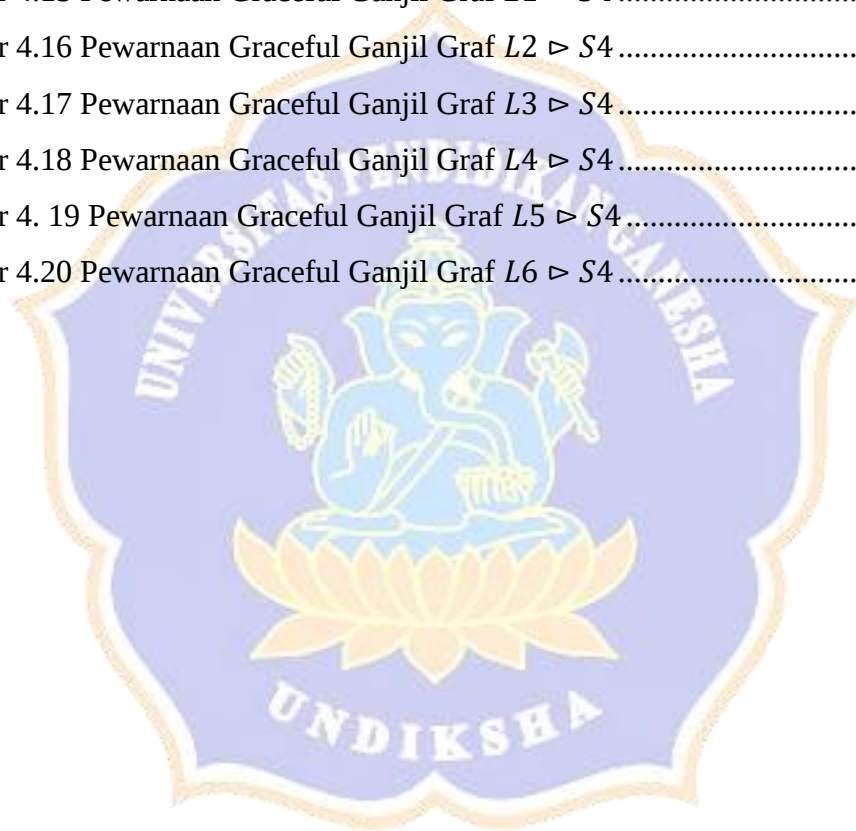
3.1	Metode Penelitian.....	27
3.2	Prosedur Penelitian.....	28
BAB IV PEMBAHASAN.....		29
4.1	Bilangan Kromatik Graceful Ganjil pada Graf $Ln \triangleright Pm$	29
4.2	Bilangan Kromatik Graceful Ganjil pada Graf $Ln \triangleright Cm$	53
4.3	Bilangan Kromatik Graceful Ganjil pada Graf $Ln \triangleright Sm$	89
BAB V PENUTUP.....		109
5.1	Simpulan.....	109
5.2	Saran.....	109
DAFTAR PUSTAKA		111
LAMPIRAN.....		113



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf G	8
Gambar 2.2 Graf Sederhana.....	8
Gambar 2.3 Graf Ganda.....	9
Gambar 2.4 Graf Semu	9
Gambar 2.5 Graf Tak Berhingga	10
Gambar 2.6 Graf Berarah.....	10
Gambar 2.7 Graf Lengkap (K_4)	11
Gambar 2.8 Graf Lingkaran (C_3).....	11
Gambar 2.9 Graf Roda (W_3).....	12
Gambar 2.10 Graf Q_2	12
Gambar 2.11 Graf 3 – <i>Regular</i>	12
Gambar 2. 12 Graf Bintang (S_4).....	13
Gambar 2. 13 Graf Bipartit Lengkap ($K_{3,3}$).....	14
Gambar 2.14 K_4 , P_2 dan Hasil Operasi Kombinasi $K_4 \triangleright P_2$	14
Gambar 2.15 Graf H	15
Gambar 2.16 Graf Nol (N_4).....	17
Gambar 2.17 Pewarnaan Graceful pada Graf C_4	19
Gambar 2.18 Pewarnaan yang tidak Graceful pada Graf C_4	19
Gambar 2.19 Pewarnaan Graceful Ganjil pada graf C_4	20
Gambar 2. 20 Graf Tangga L_n dengan n Simpul	22
Gambar 2.21 Graf $L_n \triangleright P_m$	22
Gambar 2.22 Graf $L_n \triangleright C_m$	23
Gambar 2. 23 Graf $L_n \triangleright S_m$	24
Gambar 4.1 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L_1 \triangleright P_2$	30
Gambar 4.2 Flowchart Proses Pemrograman Pewarnaan Graceful Ganjil	31
Gambar 4.3 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L_1 \triangleright P_3$	32
Gambar 4.4 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L_2 \triangleright P_2$	38
Gambar 4.5 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L_3 \triangleright P_2$	40
Gambar 4.6 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L_4 \triangleright P_2$	46

Gambar 4.7 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L5 \triangleright P2$	49
Gambar 4. 8 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L6 \triangleright P2$	52
Gambar 4.9 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L1 \triangleright C4$	57
Gambar 4.10 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L2 \triangleright C4$	62
Gambar 4.11 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L3 \triangleright C4$	68
Gambar 4.12 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L4 \triangleright C4$	74
Gambar 4. 13 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L5 \triangleright C4$	82
Gambar 4.14 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L6 \triangleright C4$	89
Gambar 4.15 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L1 \triangleright S4$	91
Gambar 4.16 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L2 \triangleright S4$	94
Gambar 4.17 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L3 \triangleright S4$	97
Gambar 4.18 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L4 \triangleright S4$	100
Gambar 4. 19 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L5 \triangleright S4$	104
Gambar 4.20 Pewarnaan Graceful Ganjil Graf $L6 \triangleright S4$	108



DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7}.....	37
Tabel 4. 2 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8}.....	39
Tabel 4. 3 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8,9}.....	45
Tabel 4. 4 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}.....	48
Tabel 4. 5 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}	52
Tabel 4. 6 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6}.....	56
Tabel 4. 7 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8,9}.....	61
Tabel 4. 8 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}.....	67
Tabel 4. 9 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}	74
Tabel 4. 10 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}	81
Tabel 4. 11 Tabel Selisih Warna Titik Bertetangga untuk Himpunan Warna {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13}.....	88

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Pewarnaan dengan Pemrograman	113
1. a. Pewarnaan pada graf $L1 \triangleright P2$	113
1. b. Pewarnaan pada graf $L1 \triangleright Pm, m \geq 3$	116
1. c. Pewarnaan pada graf $L2 \triangleright Pm, m \geq 2$	119
1. d. Pewarnaan pada graf $L3 \triangleright Pm, m \geq 2$	123
1. e. Pewarnaan pada graf $L4 \triangleright Pm, m \geq 2$	126
1. f. Pewarnaan pada graf $L5 \triangleright Pm, m \geq 2$	131
1. g. Pewarnaan pada graf $Ln \triangleright Pm, n \geq 6, m \geq 2$	135
1. h. Pewarnaan pada graf $L1 \triangleright Cm, m$ merupakan bilangan genap dan $m \geq 4$	140
1. i. Pewarnaan pada graf $L2 \triangleright Cm, m$ merupakan bilangan genap dan $m \geq 4$	144
1. j. Pewarnaan pada graf $L3 \triangleright Cm, m$ merupakan bilangan genap dan $m \geq 4$	148
1. k. Pewarnaan pada graf $L4 \triangleright Cm, m$ merupakan bilangan genap dan $m \geq 4$	152
1. l. Pewarnaan pada graf $L5 \triangleright Cm, m$ merupakan bilangan genap dan $m \geq 4$	157
1. m. Pewarnaan pada graf $Ln \triangleright Cm, m$ merupakan bilangan genap, $n \geq 6$, dan $m \geq 4$	162
1. n. Pewarnaan pada graf $L1 \triangleright Sm, m \geq 2$	165
1. o. Pewarnaan pada graf $L2 \triangleright Sm, m \geq 2$	170
1. p. Pewarnaan pada graf $L3 \triangleright Sm, m \geq 2$	173
1. q. Pewarnaan pada graf $L4 \triangleright Sm, m \geq 2$	176
1. r. Pewarnaan pada graf $L5 \triangleright Sm, m \geq 2$	179
1. s. Pewarnaan pada graf $Ln \triangleright Sm, n \geq 6, m \geq 2$	183
Lampiran 2. Riwayat Hidup	186