

**PELABELAN *GRACEFUL* PADA GRAF KIPAS DIPERLUAS: GRAF  $P_kF_n$ , GRAF  $MF_{k,n}$ , DAN GRAF  $SF(k, n)$ , SERTA KARAKTERISASINYA BERDASARKAN PAPAN CATUR SEDERHANA, BARISAN PELABELAN, DAN RELASI PELABELAN**

Oleh

Ni Ketut Fatma Juniawati, NIM 1813011039

Jurusan Matematika

**ABSTRAK**

$G(V, E)$  merupakan graf dengan pasangan himpunan dimana  $V$  adalah himpunan tak kosong berhingga dari elemen titik (*vertex*) dan  $E$  adalah himpunan berhingga (boleh kosong) dari elemen sisi (*edges*). Pelabelan *graceful* pada graf  $G$  merupakan fungsi injektif  $f$  dari himpunan titik  $V(G)$  ke himpunan  $\{0, 1, 2, \dots, |E(G)|\}$  yang menginduksi fungsi bijektif  $f'$  dari himpunan sisi  $E(G)$  ke himpunan  $\{1, 2, \dots, |E(G)|\}$  sedemikian sehingga untuk setiap sisi  $uv \in E(G)$  dengan  $u, v \in V(G)$  berlaku  $f'(uv) = |f(u) - f(v)|$ . Pelabelan *graceful* dapat direpresentasikan melalui 3 cara yaitu graf papan catur, barisan pelabelan, dan relasi pelabelan. Namun dalam penelitian ini, digunakan salah satu jenis graf papan catur yaitu papan catur sederhana (*simple chessboard*). Objek penelitian yang dikaji yaitu graf kipas diperluas  $P_kF_n$ , graf kipas diperluas  $MF_{k,n}$  (*multiple fan graph*), dan graf kipas diperluas  $SF(k, n)$ . Penelitian ini bertujuan untuk menunjukkan bahwa graf kipas diperluas  $P_kF_n$ , graf kipas diperluas  $MF_{k,n}$  (*multiple fan graph*), dan graf kipas diperluas  $SF(k, n)$  merupakan graf *graceful* dan mendeskripsikan karakterisasi dari graf kipas diperluas  $P_kF_n$ , graf kipas diperluas  $MF_{k,n}$  (*multiple fan graph*), dan graf kipas diperluas  $SF(k, n)$  berdasarkan papan catur sederhana, barisan pelabelan, dan relasi pelabelan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kepustakaan yaitu menghimpun literatur-literatur berupa buku, jurnal, dan referensi-referensi lainnya yang relevan dengan topik penelitian dan objek penelitian yang akan dikaji. Hasil dalam penelitian ini adalah berupa teorema karakterisasi dari graf kipas diperluas  $P_kF_n$ , graf kipas diperluas  $MF_{k,n}$  (*multiple fan graph*), dan graf kipas diperluas  $SF(k, n)$  berdasarkan papan catur sederhana, barisan pelabelan, dan relasi pelabelan. Karena terbatasnya penelitian mengenai karakterisasi graf *graceful* berdasarkan papan catur sederhana, barisan pelabelan, dan relasi pelabelan, sehingga penelitian dengan topik ini masih terbuka hingga saat ini dengan meneliti beberapa graf lainnya yang *graceful* ataupun menciptakan kelas-kelas graf *graceful* yang baru.

Kata Kunci: pelabelan *graceful*, graf kipas diperluas, papan catur sederhana, barisan pelabelan, relasi pelabelan.

**GRACEFUL LABELLING OF EXTENDED FAN GRAPHS: GRAPH  $P_k F_n$ ,  
GRAPH  $MF_{k,n}$ , AND GRAPH  $SF(k, n)$ , AND THEIR CHARACTERIZATION  
BY SIMPLE CHESSBOARD, LABELLING SEQUENCES, AND LABELLING  
RELATION**

By

Ni Ketut Fatma Juniawati, NIM 1813011039

Mathematics Department

**ABSTRACT**

$G(V, E)$  is a graph with a pair of sets where  $V$  is a finite non-empty set of vertex elements and  $E$  is a finite (can be empty) set of edge elements. Graceful labelling on a graph  $G$  is an injective function  $f$  from the vertex set  $V(G)$  to the set  $\{0, 1, 2, \dots, |E(G)|\}$  which induces a bijective function  $f'$  from the edge set  $E(G)$  to the set  $\{1, 2, \dots, |E(G)|\}$  such that for every edge  $uv \in E(G)$  with  $u, v \in V(G)$   $f'(uv) = |f(u) - f(v)|$ . Graceful labelling can be represented in 3 ways, namely chessboard graph, labelling sequence, and labelling relation. However, in this study, one type of chessboard graph is used, namely a simple chessboard. The research objects studied are extended fan graph  $P_k F_n$ , extended fan graph  $MF_{k,n}$  (multiple fan graph), and extended fan graph  $SF(k, n)$ . This research aims to show that extended fan graph  $P_k F_n$ , extended fan graph  $MF_{k,n}$  (multiple fan graph), and extended fan graph  $SF(k, n)$  are graceful graphs and describe the characterisation of extended fan graph  $P_k F_n$ , extended fan graph  $MF_{k,n}$  (multiple fan graph), and extended fan graph  $SF(k, n)$  based on simple chessboard, labelling sequence, and labelling relation. The method used in this research is a literature study, namely collecting literature in the form of books, journals, and other references that are relevant to the research topic and research object to be studied. The results of this study are characterisation theorems for extended fan graph  $P_k F_n$ , extended fan graph  $MF_{k,n}$  (multiple fan graph), and extended fan graph  $SF(k, n)$  based on simple chessboard, labelling sequence, and labelling relation. Due to the limited research on the characterisation of graceful graphs based on simple chessboard, labelling sequence, and labelling relation, research on this topic remains open to further research, including examining other graceful graphs or creating new graceful graph classes.

**Keywords:** graceful labelling, extended fan graph, simple chessboard, labelling sequences, labelling relation.