

**PEWARNAAN *GRACEFUL* GANJIL PADA HASIL OPERASI ANTARA
GRAF *CYCLE* (C_n) DENGAN GRAF *STAR* (S_m)**

SKRIPSI

**Diajukan kepada
Universitas Pendidikan Ganesha
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam Menyelesaikan
Program Sarjana Sains**



**Oleh
I Made Danu Dwiadnyana
NIM 2113101006**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA
SINGARAJA**

2025

SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS DAN MEMENUHI SYARAT-
SYARAT UNTUK MENCAPAI GELAR SARJANA SAINS**

Menyetujui,

Pembimbing I,



I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.

NIP. 19901024 202012 1 005

Pembimbing II,



Prof. Dr. Phil. I Gst. Putu Sudiarta, M.Si.

NIP. 19651205 199103 1 005

LEMBAR PERSETUJUAN PENGUJI

Skripsi oleh I Made Danu Dwiadnyana

Telah dipertahankan didepan dewan penguji

Pada tanggal 21 Juli 2025

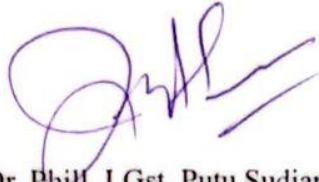
Dewan Penguji



I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.

(Ketua)

NIP. 19901024 202012 1 005



Prof. Dr. Phill. I Gst. Putu Sudiarta, M.Si.

(Anggota)

NIP. 19651205 199103 1 005



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.

(Anggota)

NIP. 19650711 199003 1 003



Raphita Yanisari Silalahi, M.Sc.

(Anggota)

NIP. 19930101 202203 2 020

Diterima oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Pendidikan Ganesha

Guna memenuhi syarat-syarat untuk mencapai gelar sarjana sains

Pada :

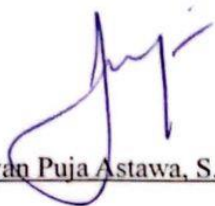
Hari : Selasa

Tanggal : 12 Agustus 2025

Mengetahui,

Ketua Ujian,

Sekretaris Ujian,



(Dr. I Wayan Puja Astawa, S.Pd., M.Stat.Sc.)

NIP. 19690116 199403 1 001



(I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.)

NIP. 19901024 202012 1 005

Mengesahkan,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



(Dr. I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.)

NIP. 19671013 199403 1 001

PERNYATAAN

Melalui pernyataan ini, karya yang berjudul “Pewarnaan *Graceful* Ganjil pada Hasil Operasi antara Graf *Cycle* (C_n) dengan Graf *Star* (S_m)” beserta seluruh isi yang terkandung didalamnya merupakan karya orisinal dan tidak melakukan Tindakan penjiplakan ataupun pengutipan yang melanggar norma dan etika keilmuan yang berlaku. Apabila dikemudian hari terbukti adanya pelanggaran terhadap prinsip kejujuran akademik atau terdapat klaim atas keorisinalitas karya ini, saya bersedia menerima segala konsekuensi yang didapat.

Singaraja, 17 Juli 2025

Yang membuat pernyataan,



I Made Danu Dwiadnyana

PRAKATA

Puji Syukur penulis haturkan ke hadapan Ida Sang Hyang Widhi Wasa, Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul “Pewarnaan *Graceful* Ganjil pada Hasil Operasi antara Graf *Cycle* (C_n) dengan Graf *Star* (S_m)”.

Skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan studi dan meraih gelar Sarjana di Universitas Pendidikan Ganesha. Dalam proses penyelesaian skripsi ini, penulis menerima banyak bimbingan, dorongan, motivasi, arahan, semangat, serta kritik dan saran dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ida Sang Hyang Widhi Wasa, Tuhan Yang Maha Esa, atas segala rahmat, kasih, dan karunia-Nya. Segala proses yang penulis jalani dapat berjalan dengan lancar hingga karya ini dapat terselesaikan sebagaimana yang diharapkan.
2. Bapak I Nyoman Budayana, S.Pd.,M.Sc. selaku Pembimbing I dan Koordinator Program Studi S1 Matematika Universitas Pendidikan Ganesha yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, semangat, kritik dan saran, serta motivasi yang diberikan selama masa perkuliahan dan tentu selama menyusun skripsi ini.
3. Bapak Prof. Dr. Phill. I Gst. Putu Sudiarta, M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, semangat, kritik dan saran, serta motivasi yang diberikan selama masa perkuliahan dan tentu selama menyusun skripsi ini.
4. Bapak Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si. selaku Penguji I yang telah memberikan masukan, saran, dan kritik dalam penyempurnaan skripsi ini.

5. Ibu Raphita Yanisari Silalahi, M.Sc. selaku Penguji II yang telah memberikan masukan, saran, dan kritik dalam penyempurnaan skripsi ini.
6. Bapak Dr. I Putu Wisna Ariawan, M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menyusun skripsi ini.
7. Bapak/Ibu Dosen dan Pegawai di lingkungan Jurusan Matematika serta Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah berjasa dalam masa perkuliahan penulis.
8. Bapak Penulis I Nyoman Suralaga dan Ibu Penulis Ni Kadek Srianggi tercinta, yang selalu menjadi sumber kekuatan penulis. Terima kasih atas segala kasih sayang, doa, dukungan, dan semangat yang tiada henti, yang mengiringi setiap langkah penulis selama perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini.
9. Kakak dan adik penulis, I Wayan Wisnu Wicaksana, I Nyoman Bayu Widiadnyana Putra, dan Ni Ketut Ayu Aristya Widyamaharani, yang senantiasa memberikan motivasi, dukungan moral, serta doa tulus, sehingga penulis mampu melalui perjalanan panjang menempuh pendidikan hingga tahap akhir penyelesaian skripsi ini.
10. Sahabat terdekat, Jonathan Erland Sihotang dan Karen Adelia Tanadi, yang selalu hadir di setiap proses, menemani penulis dengan ketulusan, memberikan semangat, arahan, dan motivasi yang tak ternilai hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
11. Sahabat terdekat, Kak Anisha, Kak Angela, Vira, Rezi, Yoan, dan Panji, yang selalu hadir menemani penulis, memberikan semangat, motivasi, serta dukungan tanpa henti hingga skripsi ini dapat terselesaikan.

12. Sahabat terdekat, Ni Kadek Ayu Meilina Putri, Ruthesia Grace, dan Putu Sellina Putri yang selalu hadir menemani penulis sepanjang masa perkuliahan, memberikan semangat, motivasi, serta dukungan tulus hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
13. Team Phoenix, yang selalu menemani penulis dalam menuangkan minat dan bakat selama diperkuliahan.
14. Adik-adik Paskibra SMPK 1 Harapan, yang telah menemani penulis serta senantiasa memberikan semangat, motivasi, dan dukungan tulus dalam proses penyelesaian skripsi ini.
15. Member TWS (투어스) Shinyu, Dohoon, Youngjae, Hanjin, Jihoon dan Kyungmin yang selalu menginspirasi penulis agar terus bersemangat menyelesaikan skripsi ini.
16. Adik-adik murid penulis yang selalu memberikan semangat, motivasi, serta dukungan tulus hingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini.
17. Watchout Dance Crew yang menjadi wadah untuk meluapkan kejenuhan selama proses penyusunan skripsi.
18. Tim Phoenix Dance Crew yang menjadikan wadah penulis untuk mengembangkan minat dan bakat serta menjadi wadah meluapkan waktu dari kejenuhan perkuliahan.
19. HMJ Matematika yang menjadi wadah bagi penulis untuk berorganisasi dan mengembangkan kemampuan kerja tim, sekaligus memberikan kenangan manis maupun pahit yang menguatkan penulis untuk melangkah ke depan.
20. Kelas Imaginer yang selalu menemani penulis selama perkuliahan dan menghadirkan banyak cerita manis yang akan selalu dikenang.

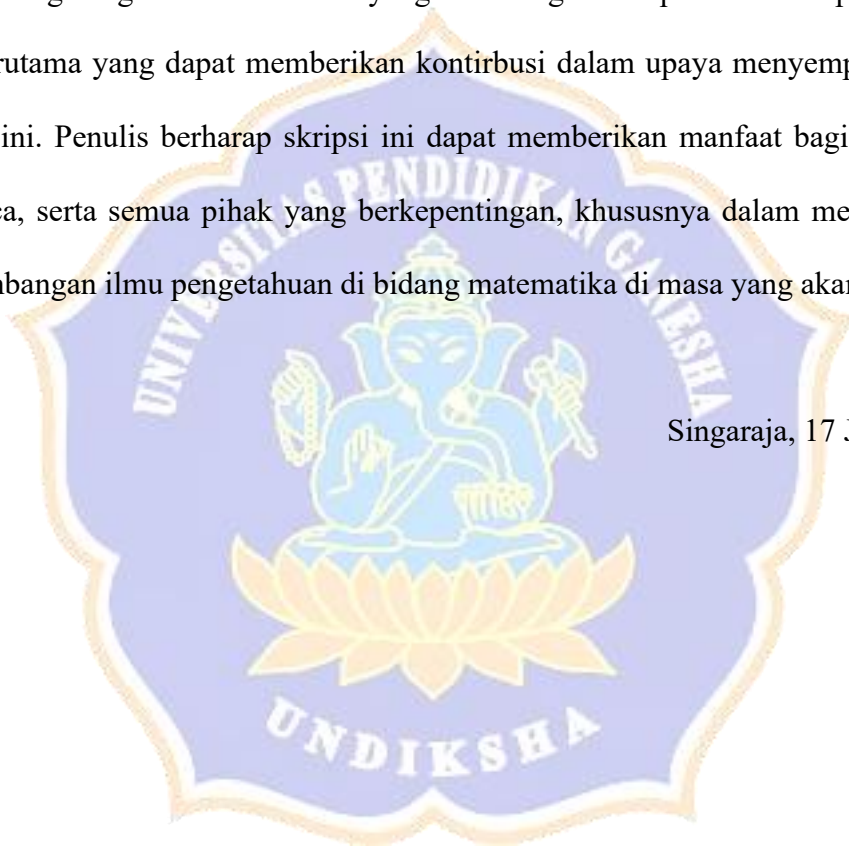
21. Teman-teman di Jurusan Matematika yang juga mendukung penulis baik secara langsung ataupun tidak langsung dalam penyelesaian skripsi ini.

22. Seluruh pihak yang telah memberikan dukungan, motivasi, bantuan serta doa selama penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa isi skripsi ini masih memiliki banyak keterbatasan dan kemungkinan kesalahan di dalamnya. Oleh karena itu, penulis sangat menghargai kritik dan saran yang membangun dari pembaca maupun pihak lain, terutama yang dapat memberikan kontribusi dalam upaya menyempurnakan skripsi ini. Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis, pembaca, serta semua pihak yang berkepentingan, khususnya dalam mendukung pengembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika di masa yang akan datang.

Singaraja, 17 Juli 2025

Penulis



DAFTAR ISI

PRAKATA.....	i
ABSTRAK.....	v
ABSTRACT.....	vi
DAFTAR SIMBOL.....	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
BAB I.....	1
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penulisan.....	5
1.4 Manfaat Penulisan.....	5
1.4.1 Manfaat Teoritis.....	5
1.4.2 Manfaat Praktis.....	5
BAB II.....	7
KAJIAN PUSTAKA.....	7
2.1 Definisi Graf.....	7

2.2	Jenis-Jenis Graf.....	10
2.2.1	Graf Cycle	10
2.2.2	Graf Star	11
2.3	Pewarnaan Graf.....	12
2.3.1	Pewarnaan <i>Graceful</i>	12
2.3.2	Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil.....	13
2.4	Operasi Pada Graf	14
2.4.1	Operasi Comb	14
2.4.2	Cartesian Product	15
2.4.3	Operasi Corona.....	16
2.5	Penelitian yang Relevan.....	17
BAB III METODE PENELITIAN.....		19
3.1	Metode Penelitian.....	19
BAB IV		21
PEMBAHASAN		21
4.1	Graf $C_n \supset S_m$	21
4.1.1	Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil untuk Graf $C_n \supset S_m$	21
4.1.2	Bilangan Kromatik <i>Graceful</i> Ganjil untuk Graf $C_n \supset S_m$	29
4.2	Graf $C_n \times S_m$	39
4.2.1	Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil untuk Graf $C_n \times S_m$	39
4.2.2	Bilangan Kromatik <i>Graceful</i> Ganjil untuk Graf $C_n \times S_m$	46

BAB V.....	59
KESIMPULAN	59
5.1 Kesimpulan.....	59
5.2 Saran	60
DAFTAR PUSTAKA	61
LAMPIRAN.....	63



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1 Representasi Jembatan Königsberg ke dalam Graf.....	2
Gambar 2. 1 Graf Sederhana.....	9
Gambar 2. 2 Graf Tidak Sederhana.....	9
Gambar 2. 3 Graf G , H_1 , H_2 , dan H_3	10
Gambar 2. 4 Graf Cycle (C_5 dan C_7).....	11
Gambar 2. 5 Contoh Graf Star S_5	11
Gambar 2. 6 Contoh Pewarnaan Titik pada Graf.....	12
Gambar 2. 7 Contoh Pewarnaan Graceful pada Graf Gurita (O_3 dan O_5)	13
Gambar 2. 8 Contoh Pewarnaan Graceful Ganjil pada Graf Caterpillar.....	14
Gambar 2. 9 Bentuk Umum Graf $C_n \triangleright S_m$	15
Gambar 2. 10 Bentuk Umum Graf $C_n \times S_m$	16
Gambar 2. 11 Bentuk Umum Graf $C_n \odot S_m$	17
Gambar 4. 1 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \triangleright S_1$	21
Gambar 4. 2 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \triangleright S_2$	21
Gambar 4. 3 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \triangleright S_3$	22
Gambar 4. 4 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \triangleright S_4$	22
Gambar 4. 5 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \triangleright S_1$	23
Gambar 4. 6 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \triangleright S_2$	23
Gambar 4. 7 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \triangleright S_3$	24
Gambar 4. 8 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \triangleright S_4$	24
Gambar 4. 9 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \triangleright S_1$	25
Gambar 4. 10 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \triangleright S_2$	25

Gambar 4. 11 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \triangleright S_3$	26
Gambar 4. 12 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \triangleright S_4$	26
Gambar 4. 13 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \triangleright S_1$	27
Gambar 4. 14 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \triangleright S_2$	27
Gambar 4. 15 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \triangleright S_3$	28
Gambar 4. 16 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \triangleright S_4$	28
Gambar 4. 17 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \triangleright S_4$	33
Gambar 4. 18 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \triangleright S_4$	33
Gambar 4. 19 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \triangleright S_4$	37
<i>Gambar 4. 20 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \triangleright S_4$</i>	<i>37</i>
Gambar 4. 21 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \times S_2$	39
Gambar 4. 22 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \times S_3$	40
Gambar 4. 23 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \times S_4$	40
Gambar 4. 24 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \times S_2$	41
Gambar 4. 25 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \times S_3$	41
Gambar 4. 26 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \times S_4$	42
Gambar 4. 27 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \times S_1$	42
Gambar 4. 28 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \times S_2$	43
Gambar 4. 29 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \times S_3$	43
Gambar 4. 30 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \times S_4$	44
Gambar 4. 31 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \times S_1$	44
Gambar 4. 32 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \times S_2$	45
Gambar 4. 33 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \times S_3$	45
Gambar 4. 34 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \times S_4$	46

Gambar 4. 35 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_4 \times S_4$	52
Gambar 4. 36 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_8 \times S_4$	52
Gambar 4. 37 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_6 \times S_4$	56
Gambar 4. 38 Pewarnaan Graceful Ganjil untuk $C_{10} \times S_4$	56



DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Hasil Penelitian Pewarnaan Graceful Ganjil	18
Tabel 4. 1 Tabel Pewarnaan xi untuk Warna Genap	31
Tabel 4. 2 Tabel Pewarnaan xi untuk Warna Ganjil.....	31
Tabel 4. 3 Tabel Pewarnaan xi untuk Warna Genap setelah Ditambah 1 Warna ..	32
Tabel 4. 4 Tabel Pewarnaan xi untuk Warna Ganjil setelah Ditambah 1 Warna...	32
Tabel 4. 5 Tabel Pewarnaan xi untuk Warna Genap setelah Ditambah 2 Warna ..	36
Tabel 4. 6 Tabel Pewarnaan xi untuk Warna Ganjil setelah Ditambah 2 Warna...	36
Tabel 4. 7 Tabel Pewarnaan vi untuk Warna Genap	49
Tabel 4. 8 Tabel Pewarnaan vi untuk Warna Ganjil.....	50
Tabel 4. 9 Tabel Pewarnaan vi untuk Warna Genap setelah Penambahan Warna	50
Tabel 4. 10 Tabel Pewarnaan vi untuk Warna Ganjil setelah Penambahan Warna	51
Tabel 4. 11 Tabel Pewarnaan xi untuk Warna Genap setelah Ditambah 2 Warna	55
Tabel 4. 12 Tabel Pewarnaan xi untuk Warna Ganjil setelah Penambahan Warna	55

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Riwayat Hidup.....	64
--------------------------------	----

