

**BILANGAN KROMATIK *GRACEFUL* GANJIL DARI
GRAF YANG TERELASI GRAF GIR**

SKRIPSI



PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA

2025

SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS DAN
MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK MENCAPAI
GELAR SARJANA**

Menyetujui

Pembimbing I,



Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.
NIP. 19650711 199003 1 003

Pembimbing II,



Raphita Yanisari Si'alahi, M.Sc.
NIP. 19930101 202203 2 020

Skripsi oleh Silvia Joy Sabiruddin ini
telah dipertahankan di depan dewan penguji
pada tanggal 22 Juli 2025

Dewan Penguji,



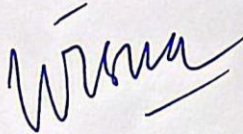
Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si.
NIP. 19650711 199003 1 003

(Ketua)



Raphita Yanisari Silalahi, M.Sc.
NIP. 19930101 202203 2 020

(Anggota)



Prof. Dr. I Putu Wisna Ariawan, M.Si.
NIP. 19680519 199303 1 001

(Anggota)



I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19901024 202012 1 005

(Anggota)

Diterima oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Pendidikan Ganesha
guna memenuhi syarat-syarat untuk mencapai gelar sarjana

Pada:

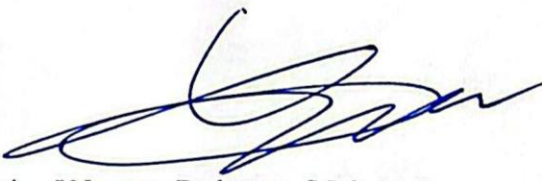
Hari : Selasa
Tanggal : 12 Agustus 2025

Mengetahui,

Ketua Ujian,

Sekretaris Ujian,


Dr. I Wayan Puja Astawa, S.Pd., M.Stat. Sci.
NIP. 19690116 199403 1 001


I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19901024 202012 1 005

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam




Dr. I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19671013 199403 1 001

PERNYATAAN

Melalui pernyataan ini, karya yang berjudul; "Bilangan Kromatik Graceful Ganjil dari Graf Yang Terelasi Graf Gir" beserta seluruh isi yang terkandung didalamnya merupakan karya orisinal dan tidak melakukan tindakan penjiplakan ataupun pengutipan yang melanggar norma dan etika keilmuan yang berlaku. Apabila dikemudian hari terbukti adanya pelanggaran terhadap prinsip kejujuran akademik atau terdapat klaim atas keorisinalitas karya ini, saya bersedia menerima segala konsekuensi yang didapat.

Singaraja, 17 Juli 2025

Yang membuat pernyataan,



Silvia Joy Sabiruddin

KATA PENGANTAR

Segala Puji dan Syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena Rahmat-Nya penulis dapat menyusun tulisan yang berjudul **“Bilangan Kromatik *Graceful* Ganjil Dari Graf Yang Terelasi Graf Gir**”. Skripsi ini penulis susun guna memenuhi tugas akhir dengan gelar sarjana sains di Universitas Pendidikan Ganesha. Selama penulisan, penulis tentu mendapat sangat banyak dukungan, baik berupa materi hingga moral, oleh sebab itu penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Bapak Dr.I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc., yang telah memberikan fasilitas dalam menunjang penyusunan skripsi.
2. Bapak Ketua Jurusan Matematika Prof. Dr.I Putu Wisna Ariawan, M.Si, yang telah memberikan arahan dan dukungan dalam penyusunan skripsi
3. Bapak Koorprodi Matematika I Nyoman Budayana, S. Pd., M.Sc., yang telah memberikan fasilitas arahan dan semangat dalam penyusunan skripsi.
4. Prof. Dr. I Nengah Suparta, M.Si., selaku pembimbing I, dalam memberikan arahan, ilmu serta motivasi dan semangat selama proses penulisan.
5. Ibu Raphita Yanisari Silalahi, M.Sc., selaku pembimbing II dalam memberikan masukan, arahan serta motivasi yang berharga selama proses penulisan.
6. Seluruh staf dosen di Jurusan Matematika, yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan baik tentang dalam kelas maupun tentang kehidupan selama perkuliahan.
7. Ibu dan adik penulis, yang tidak pernah henti memberikan semangat, do'a dan motivasi dalam pengerjaan skripsi dengan memfasilitasi dalam segala bidang, baik materi maupun moral. Terima kasih Ibu dan Claudia, kalian adalah sebab dan alasan skripsi ini ada.
8. Teman-teman khususnya sejurusan dan seprodi yang selalu memberikan semangat dan motivasi serta dukungan selama penulisan.

9. Kak alwi dan Kak Ria yang selalu sabar untuk saya tanya mengenai materi dan berbagai hal selama proses penulisan ini.
10. Kim Bum, Youngji, Abe, Cipung, Iyey, Kamari yang selalu hadir untuk memberikan tawa dan semangat disela-sela proses penulisan skripsi ini.
11. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu yang telah membantu dan mendukung penulis baik secara langsung maupun tidak langsung dalam proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran dengan harap bisa memperbaiki skripsi ini, penulis juga berharap semoga skripsi ini bisa memberikan manfaat baik untuk penulis maupun untuk pembaca pada umumnya

Singaraja, 01 Maret 2025

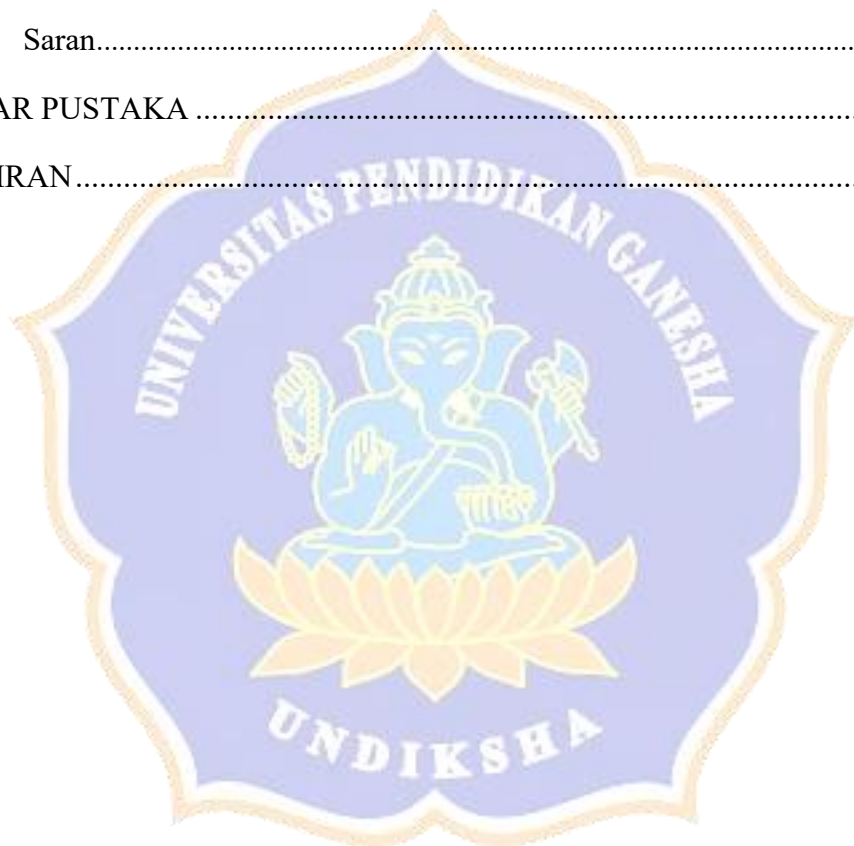
Penulis



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
ABSTRAK	iii
DAFTAR NOTASI	ivi
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR LAMPIRAN	x
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Manfaat Penelitian	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA	6
2.1 Terminologi Dasar Graf	6
2.2 Jenis- Jenis Graf	13
2.3 Amalgamasi pada Graf	16
2.4 Pewarnaan Graf	17
2.5 Penelitian Yang Relevan	18
2.6 Pendukung Pembuktian	19
2.7 Graf Gir (G_n)	20
2.8 Graf Amal (G_{n_i})	21
2.9 Graf Amal ($G_n, 2nS_m$)	21
BAB III METODE PENELITIAN	23
3.1 Metode Penelitian	23

3.2	Prosedur Penelitian.....	24
BAB IV PEMBAHASAN.....		24
4.1	Bilangan Kromatik <i>Graceful</i> Ganjil pada Graf G_n	24
4.2	Bilangan Kromatik <i>Graceful</i> Ganjil pada Graf <i>Amal</i> (G_{n_i})	36
4.3	Bilangan Kromatik <i>Graceful</i> Ganjil pada Graf <i>Amal</i> ($G_n, 2nS_m$).....	43
BAB V PENUTUP.....		58
5.1	Simpulan.....	58
5.2	Saran.....	58
DAFTAR PUSTAKA		59
LAMPIRAN.....		62



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Representasi Jembatan Königsberg ke dalam Graf	1
Gambar 2.1 Graf Trivial (<i>Trivial Graph</i>).....	6
Gambar 2.2 Graf Semu (<i>Pseudo Graph</i>).....	6
Gambar 2.3 Matriks Graf	7
Gambar 2.4 Graf Sederhana (<i>Simple Graph</i>).....	8
Gambar 2.5 Graf Berarah (<i>Directed Graph</i>).....	9
Gambar 2.6 Graf Tak Berarah (<i>Undirected Graph</i>).....	9
Gambar 2.7 Graf Dengan 7 Titik dan 11 Sisi.....	10
Gambar 2.8 Graf Terhubung.....	11
Gambar 2.9 Graf Tak Terhubung.....	11
Gambar 2.10 Graf H.....	12
Gambar 2.11 Graf G.....	12
Gambar 2. 12 Graf G_1	12
Gambar 2.13 Graf G_2	12
Gambar 2.14 Graf Lintasan (<i>Path Graph</i>).....	13
Gambar 2.15 Graf Planar (<i>Planar Graph</i>).....	13
Gambar 2.16 Graf Null (<i>Null Graph</i>)	14
Gambar 2.17 Graf Bipartit (<i>Bipartit Graph</i>).....	14
Gambar 2.18 Graf Pohon (<i>Tree Graph</i>).....	14
Gambar 2. 19 Graf Teratur dengan Dearajat 2.....	15
Gambar 2.20 Graf Kompleks (<i>Complex Graph</i>).....	15
Gambar 2.21 Graf Lingkaran (<i>Cycle Graph</i>).....	15
Gambar 2. 22 Graf Berhingga dengan 6 Titik dan 6 Sisi.....	16
Gambar 2.23 Graf Tak Berhingga	16
Gambar 2.24 Graf C_4 dan S_2	17
Gambar 2.25 Graf <i>Amal</i> (C_4, S_2).....	17
Gambar 2.26 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil pada Graf Lingkaran.....	18
Gambar 2.27 Graf Gir $2n$ titik, (G_n)	20
Gambar 2.28 Graf <i>Amal</i> (G_{n_i})	21

Gambar 2.29 Graf <i>Amal</i> $(G_n, 2nS_m)$	22
Gambar 4.1 Graf Gir $2n$ titik (G_n)	25
Gambar 4.2 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil pada Graf Gir G_2	27
Gambar 4.3 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil pada Graf Gir G_3	28
Gambar 4.4 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil dengan $c = 1$	29
Gambar 4.5 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil dengan $x_i = 1$	30
Gambar 4.6 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil dengan $x_i = 6$	31
Gambar 4.7 Ilustrasi 4 Lingkaran.....	32
Gambar 4.8 Empat Lingkaran Setelah Diamalgamasikan	32
Gambar 4.9 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil pada Graf Gir G_4	33
Gambar 4.10 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil pada Graf Gir G_5	37
Gambar 4.11 Graf <i>Amal</i> (G_{n_i})	38
Gambar 4.12 $\chi_{og} \left(Amal (G_{2,2}) \right) = 9$	40
Gambar 4.13 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil Graf <i>Amal</i> $(G_{2,4})$	44
Gambar 4.14 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil Graf <i>Amal</i> $(G_2, 4S_2)$	44
Gambar 4.15 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil Graf <i>Amal</i> $(G_3, 6S_2)$ dengan $x_1 = 1$..	47
Gambar 4.16 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil Graf <i>Amal</i> $(G_3, 6S_2)$	51
Gambar 4.17 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil Graf <i>Amal</i> $(G_4, 8S_2)$	54
Gambar 4.18 Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil Graf <i>Amal</i> $(G_5, 10S_2)$	57

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Pemilihan Warna pada x_i	47
Tabel 4.2 Pemilihan Warna pada y_i	48
Tabel 4.3 Pemilihan Warna y_i pada Graf $Amal(G_3, 6S_3)$	49
Tabel 4.4 Pemilihan Warna x_i pada Graf $Amal(G_4, 8S_2)$	51
Tabel 4.5 Pemilihan Warna x_i pada Graf $Amal(G_4, 8S_2)$	52
Tabel 4.6 Pemilihan Warna x_i pada Graf $Amal(G_4, 8S_2)$	53
Tabel 4.7 Pemilihan Warna x_i pada Graf $Amal(G_5, 10S_2)$	55
Tabel 4.8 Pemilihan Warna x_i pada Graf $Amal(G_5, 10S_2)$	55



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Penggambaran Graf dengan Phyton	62
Lampiran 2. Pewarnaan <i>Graceful</i> Ganjil dengan Phyton.....	83

