

**INDEKS RANDIC PADA GRAF NILPOTEN
DARI GELANGGANG BILANGAN BULAT
MODULO**

SKRIPSI

Diajukan kepada

Universitas Pendidikan Ganesha

Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam menyelesaikan

Program Sarjana Matematika

Oleh

MARKUS TOGI PARLINDUNGAN

(2013101025)

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS PENDIDIKAN GANESHA

SINGARAJA

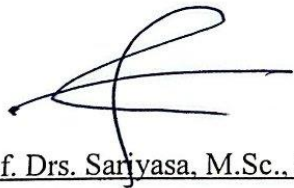
2025

SKRIPSI

**DIAJUKAN UNTUK MELENGKAPI TUGAS DAN
MEMENUHI SYARAT-SYARAT UNTUK MENCAPAI
GELAR SARJANA PENDIDIKAN**

Menyetujui

Pembimbing I,



Prof. Drs. Sarjyasa, M.Sc., Ph.D

NIP. 196406151989021001

Pembimbing II,



Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc.

NIP. 199004202019032021

Skripsi oleh Markus Togi Parlindungan ini

Telah dipertahankan di depan dewan penguji

Pada tanggal 23 Desember 2025

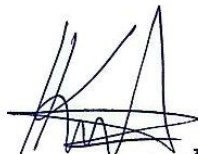
Dewan Penguji,



Prof. Drs. Sariyasa, M.Sc., Ph.D.

NIP. 196406151989021001

(Ketua)



Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc

NIP. 199004202019032021

(Anggota)



Raphita Yanisari Silalahi, M.Sc.

NIP.199301012022032020

(Anggota)



I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.

NIP. 199010242020121005

(Anggota)

Diterima Oleh Panitia Ujian Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Pendidikan Ganesha
Guna memenuhi syarat-syarat untuk mencapai gelar sarjana sains

Pada:

Hari : Selasa
Tanggal : 23 Desember 2025

Menyetujui

Ketua Ujian,

Sekretaris Ujian,


Dr. I Wayan Puja Astawa, S.Pd., M.Stat.Sci.
NIP. 196901161994031001


I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc.
NIP. 199010242020121005

Mengesahkan
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. I Wayan Sukra Warpala, S.Pd., M.Sc.
NIP. 196710131994031001

PERNYATAAN

Dengan ini menyatakan bahwa karya tulis yang berjudul "**Indeks Randic Pada Graf Nilpoten Dari Gelanggang Bilangan Bulat Modulo**" beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya saya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan dan pengutipan dengan cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung resiko/sanksi yang dijatuhkan kepada saya apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran atas etika keilmuan dalam karya saya ini atau ada klaim terhadap keaslian karya saya ini.

Singaraja, 25 Juli 2025

Yang membuat pernyataan,



Markus Togi Parlindungan

PRAKATA

Puji dan syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena atas berkat rahmat dan karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan penelitian yang berjudul **“Indeks Randic Pada Graf Nilpoten Dari Gelanggang Bilangan Bulat Modulo”** tepat pada waktu yang telah ditentukan. Dalam kesempatan ini, penulis hendak menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan penelitian ini baik secara langsung maupun secara tidak langsung. Peneliti mengucapkan terima kasih terkhusus kepada:

1. Prof. Drs. Sariyasa, M.Sc., Ph.D. selaku dosen pembimbing I yang sangat sabar, cermat, dan teliti untuk memberikan bimbingan, kritik, petunjuk serta semangat dan motivasi kepada penulis untuk dapat menyelesaikan skripsi
2. Putu Kartika Dewi, S.Pd., M.Sc. selaku dosen pembimbing II yang sangat sabar, cermat, dan teliti untuk memberikan bimbingan, kritik, petunjuk serta semangat dan motivasi kepada penulis untuk dapat menyelesaikan skripsi
3. Ibu Raphita Yanisari Silalahi, M.Sc., selaku dosen penguji 1 yang telah membantu memberikan masukan dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
4. Bapak I Nyoman Budayana, S.Pd., M.Sc. selaku dosen penguji 2 yang telah membantu memberikan masukan dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Orang tua penulis, terkhusus nya ibu penulis yang senantiasa selalu mendukung dan memberikan semangat kepada penulis agar dapat menyelesaikan penelitian ini sesegera mungkin.

Penulis menyadari bahwa penelitian ini masih jauh dari kata sempurna, sehingga besar harapan penulis kepada pembaca untuk memberikan kritik dan saran yang bersifat membangun untuk menyempurnakannya. Semoga penelitian ini bermanfaat bagi para pembaca.

Singaraja, 25 Juli 2025

Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN

PRAKATA.....	i
ABSTRAK.....	iii
ABSTRACT.....	iv
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR TABEL.....	vii
DAFTAR GAMBAR.....	viii
DAFTAR LAMPIRAN.....	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Batasan Masalah.....	3
1.3 Rumusan Masalah.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Tujuan Penelitian.....	4
BAB II KAJIAN TEORI.....	5
2.1 Graf.....	5
2.1.1 Definisi Graf.....	5
2.1.2 Graf Terhubung Dan Tak Terhubung.....	6
2.1.3 Derajat Pada Graf.....	7
2.2 Definisi Gelanggang Bilangan Bulat Modulo.....	7
2.3 Definisi Indeks Randic.....	8
2.4 Graf Nilpoten Dari $\mathbb{Z}_n$	9

2.5 Penelitian Yang Relevan	16
BAB III METODE PENELITIAN.....	18
3.1 Jenis Penelitian	18
3.2 Fokus Penelitian.....	18
3.3 Prosedur Penelitian	19
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	20
4.1 Indeks Randic Pada Graf Nilpoten Dari Gelanggang Bilangan Bulat Modulo.....	20
4.1.1 Indeks Randic Pada Graf Nilpoten Dari $\mathbb{Z}_p$	20
4.1.2 Indeks Randic Pada Graf Nilpoten Dari $\mathbb{Z}_{p^k}$	23
4.1.3 Indeks Randic Pada Graf Nilpoten Dari $\mathbb{Z}_{pq}$	27
4.1.4 Indeks Randic Pada Graf Nilpoten Dari $\mathbb{Z}_{p^k q^l}$	33
BAB V PENUTUP.....	44
5.1 Kesimpulan	44
5.2 Saran	45
DAFTAR PUSTAKA	47
LAMPIRAN	50

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
Tabel 1. Simpul dan derajat simpul pada kasus $\mathbb{Z}_3$	21
Tabel 2. Simpul dan derajat simpul pada kasus $\mathbb{Z}_{3^2}$	24
Tabel 3. Simpul dan derajat simpul pada $\mathbb{Z}_{2,3}$	28
Tabel 4. Simpul dan derajat simpul pada $\mathbb{Z}_{2^2,3^2}$	34



DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
Gambar 1. Graf Bintang	5
Gambar 2. Graf Terhubung dan Graf Tidak Terhubung	6
Gambar 3. Graf Derajat	7
Gambar 4. Graf Bintang $K_{1,4}$	12
Gambar 5. Graf $\Gamma(\mathbb{Z}_{3^2})$	14
Gambar 6. Graf $\Gamma(\mathbb{Z}_{2^2,3^2})$	16
Gambar 7. Graf $\Gamma(\mathbb{Z}_3)$	20
Gambar 8. Graf $\Gamma(\mathbb{Z}_{3^2})$	23
Gambar 9. Graf $\Gamma(\mathbb{Z}_{2,3})$	27
Gambar 10. Graf $\Gamma(\mathbb{Z}_{2^2,3^2})$	34



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran

Lampiran 1. Daftar Riwayat Hidup..... 51

