BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Graf adalah pasangan himpunan $\left(V(G), E(G)\right)$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga titik – titik (*vertices*) tak kosong dan $E(G)$ adalah himpunan sisi (*edges*) yang mungkin kosong, sedemikian sehingga setiap sisi di $E(G)$ adalah pasangan tak berurutan dari titik – titik di $V(G)$ (Budayasa, 2007). Menurut definisi tersebut, jika himpunan sisi *(edges)* kosong maka graf tersebut dinamakan graf kosong (*null graph)*. Banyak titik pada graf G disebut *order* graf yang dinotasikan dengan $|V(G)|$ sedangkan banyaknya sisi dari graf G disebut *size* graf yang dinotasikan dengan $|E(G)|$. Dalam aplikasi graf, suatu objek akan dilambangkan dengan titik, sementara hubungan antar objek tersebut dilambangkan dengan sisi.

Pelabelan adalah salah satu topik pada teori graf yang masih terus berkembang. Gallian (2017) menyatakan bahwa *pelabelan graf* adalah pemberian label bilangan bulat tak negatif pada titik atau sisi dengan memenuhi aturan – aturan tertentu. Hingga saat ini terdapat *pelabelan graf* yang dikenal, antara lain pelabelan *graceful*, pelabelan *magic*, dan pelabelan *anti-magic*. Pada tahun 1986, Chaartland, dkk. Memperkenalkan *pelabelan tak teratur* suatu graf (*irregular labeling*), dan pada pelabelan tak teratur dikenal pula *kekuatan ketidakteraturan sisi* (*irregularity strength*).

Ahmad, dkk. (2014) mengungkapkan bahwa $pelabelan{-}k\ titik\ \phi : V \to \{1,2,\dots,k\}$ didefinisikan sebagai *pelabelan*$-k$ *titik takteratur sisi* jika untuk tiap dua sisi yang berbeda e dan f dengan $w_{\phi}(e) \neq w_{\phi}(f)$ dimana bobot titik $e = xy \in E(G)$ adalah $w_{\phi}(xy) = \phi(x) + \phi(y)$. Nilai k minimum pada $pelabelan{-}k\ titik$

takteratur sisi disebut sebagai *kekuatan ketidakteraturan sisi* dari graf G yang dilambangkan dengan $es(G)$. Selama beberapa tahun telah banyak dilakukan penelitian mengenai *kekuatan ketidakteraturan sisi*. Adapun hasil – hasil dari penelitian mengenai kekuatan ketidakteraturan sisi yang telah dirangkum diantaranya adalah, (a) Graf Lintasan P_n dengan $n \geq 2$ memiliki kekuatan ketidakteraturan sisi $es(P_n) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$, (b) Graf Bintang $K_{1,n}$, dengan $n \geq 1$, memiliki kekuatan ketidakteraturan sisi n dinotasikan dengan $es(K_{1,n}) = n$, (c) Graf *Double* Bintang $S_{m,n}$, untuk $3 \leq m \leq n$, memiliki kekuatan ketidakteraturan sisi $es(S_{m,n}) = n$, (d) Cartesian *product* dari dua graf lintasan P_n dan P_m, untuk $m, n \geq 2$, memiliki kekuatan ketidakteraturan sisi $es(P_n \times P_m) = \left\lceil \frac{2mn-m-n+1}{2} \right\rceil$, dan (e) Corona *product* dari graf siklus dan m graf komplit, untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$, memiliki kekuatan ketidakteraturan sisi $es(Cn \odot mK1) = \left\lceil \frac{mn+n+1}{2} \right\rceil$.

Pada penelitian ini, penulis melakukan kajian terhadap kekuatan ketidakteraturan sisi pada graf rantai $C\left[C_n^{(m)}\right]$ untuk $n =$ 5, 6, dan 7 dengan bertumpu dari *conjecture* yang menyatakan bahwa kekuatan ketidakteraturan sisi graf rantai $C\left[C_n^{(m)}\right]$ untuk $n \geq 5$ dan $m \geq 2$ adalah $\left\lceil \frac{mn+1}{2} \right\rceil$ (Ahmad, dkk., 2018). Adapun alasan penulis memilih nilai $C\left[C_n^{(m)}\right]$ untuk $n = 5, 6,$ dan 7 karena graf $C\left[C_n^{(m)}\right]$ dengan $n \equiv 0 (\text{mod } 4)$ sudah terkaji dan dibuktikan pada penelitian lain. Secara lebih tepat, penulis merumuskan penelitian ini dengan judul **"Kekuatan ketidakteraturan sisi Graf Rantai $C\left[C_n^{(m)}\right]$, $n = 5, 6,$ dan 7".**

1.2. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang ingin dikaji pada penelitian ini adalah berapakah kekuatan ketidakteraturan sisi graf rantai $C\left[C_n^{(m)}\right]$ untuk $n = 5, 6, 7$ dan $m \geq 2$?

1.3. Tujuan Penulisan

Mengacu pada rumusan permasalahan yang diajukan, tujuan dari penelitian ini adalah menjawab dan menentukan berapakah kekuatan ketidakteraturan sisi graf rantai $C\left[C_n^{(m)}\right]$ untuk $n = 5, 6, 7$ dan $m \geq 2$.

1.4. Manfaat Penulisan

Hasil penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi ilmu pengetahuan dibidang matematika baik secara praktis maupun teoritis. Adapun manfaat secara praktis dan teoritis tersebut antara lain adalah sebagai berikut.

1.4.1. Manfaat Teoritis

Adapun manfaat teoritis yang diharapkan dari peneliti adalah dapat memberikan sumbangan pemikiran, menambah kasanah ilmu pengetahuan dibidang matematika, utamanya pada pelabelan-k takteratur sisi yang mana mencakup tentang kekuatan ketidakteraturan, terkhusus pada beberapa graf rantai.

1.4.2. Manfaat Praktis

1. Bagi Pembaca

   Manfaat penelitian ini bagi pembaca adalah dapat digunakan sebagai bahan penelitian atau bahan belajar guna yang akan dikembangkan atau diteliti lebih lanjut atau hanya sebagai referensi bagi pembaca yang akan melakukan penelitian sejenis.

2. Bagi Jurusan Matematika

   Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai bahan bacaan yang dapat digunakan sebagai referensi dalam pembelajaran teori graf di kelas, atau sebagai referensi dalam pengembangan ilmu matematika khususnya bagi mahasiswa jurusan matematika yang berminat dengan bahasan ini.